



FUNDACIÓN DE LOS  
FERROCARRILES  
ESPAÑOLES

colección **TESIS**  
**DOCTORALES**  
INGENIERÍA / ARQUITECTURA

# ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO VIBRATORIO DE VÍAS FERROVIARIAS MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA

**Ayoub Zougari**

Dirigida por Jordi Martínez Miralles

Programa de Doctorado en Ingeniería Mecánica



UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Barcelona, 2014

**INGENIERÍA / ARQUITECTURA**



**COLECCIÓN  
TESIS DOCTORALES**

**INGENIERÍA / ARQUITECTURA**

**ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO VIBRATORIO  
DE VÍAS FERROVIARIAS MEDIANTE  
SIMULACIÓN NUMÉRICA**

**Ayoub Zougari**

**Dirigida por Jordi Martínez Miralles**

**Programa de Doctorado en Ingeniería Mecánica**



**UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH**

**UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA**

**Barcelona, 2014**

# COLECCIÓN TESIS DOCTORALES

## INGENIERÍA / ARQUITECTURA

La Fundación de los Ferrocarriles Españoles pone a disposición del público la **Colección de Tesis Doctorales** sobre el ferrocarril, con el objetivo fundamental de contribuir a la difusión de la investigación universitaria sobre esta materia y facilitar el acceso libre y gratuito a las investigaciones de los autores, aportando así una información muy valiosa y especializada y contribuyendo, al mismo tiempo, a la preservación de estos trabajos. Con ello, además, se da visibilidad a esta producción intelectual. La Fundación aspira a que su repositorio sea lo más amplio posible y que estén representados en él todos los ámbitos de investigación del ferrocarril.

La **Colección de Tesis Doctorales** se clasifica en tres ramas, en función de su temática:

- Ingeniería y Arquitectura
- Humanidades
- Economía y Regulación

## ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO VIBRATORIO DE VÍAS FERROVIARIAS MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA

El objetivo de esta tesis es aportar conocimiento sobre el problema del contacto rueda-carril y la generación de vibraciones que comporta, desarrollando modelos numéricos basados en el Método de Elementos Finitos (FEM). Para ello se ha utilizado el programa comercial ANSYS 13 (ANSYS WB y el ANSYS APDL) para la creación de un modelo numérico global, con el fin de analizar el comportamiento vibratorio de diferentes tipos de vía. Finalmente, gracias a los resultados se llega a la conclusión de que la metodología desarrollada es capaz de predecir la historia temporal de la fuerza normal de contacto en diferentes localizaciones de los diversos tipos de vía estudiados.

**Ayoub Zougari** recibió su doctorado en Ingeniería Mecánica en la Universitat Politècnica de Catalunya (Barcelona) en 2014. Sus intereses actuales de investigación incluyen el análisis y la simulación de la generación y propagación de vibraciones producidas por el tráfico ferroviario. Actualmente trabaja en posdoctorado con el Pr. Jordi Martínez en la investigación del comportamiento vibratorio de las vías ferroviarias utilizando la simulación numérica; recientemente el estudio se ha centrado en integrar modelos numéricos que traten sobre el problema del contacto rueda-carril en tramos curvos de diferentes tipos de vía.

ISBN: 978-84-947477-6-2

Depósito legal: M-11652-2018

**Fundación de los Ferrocarriles Españoles – 2018**

Coordinación editorial y maquetación: Lourdes Orozco

Torres Diseño de cubiertas: Belén Romeo

*A la memoria de mi padre*  
*A la memoria de nuestra hermana Safae Belghazi*  
*A mi familia*



## ÍNDICE DE CONTENIDOS

|  |    |
|--|----|
| AGRADECIMIENTOS .....  | 9  |
| RESUMEN .....  | 11 |
| RESUM.....   | 13 |
| ABSTRACT .....   | 15 |
| RÉSUMÉ .....   | 17 |
| 1. INTRODUCCIÓN .....  | 19 |
| 1.1. Motivación y antecedentes .....   | 19 |
| 1.2. Objetivos .....   | 20 |
| 1.3. Organización de la tesis.....   | 22 |
| 2. ESTADO DEL ARTE.....  | 25 |
| 2.1. Introducción.....   | 25 |
| 2.2. Dinámica del contacto rueda-carril .....                                  | 25 |
| 2.2.1. La teoría de Hertz .....  | 26 |
| 2.2.2. Concepto del pseudodeslizamiento .....                                  | 28 |
| 2.2.3. La Teoría de Johnson y Vermeulen.....                                   | 30 |
| 2.2.4. La teoría lineal de Kalker .....  | 30 |
| 2.2.5. La teoría simplificada de Kalker.....                                   | 31 |
| 2.2.6. La teoría exacta de Kalker .....  | 32 |
| 2.3. Modelización de la fuerza de contacto .....                               | 32 |
| 2.4. Modelización de la vía .....  | 36 |
| 2.5. Receptancia de la vía .....   | 37 |
| 2.6. Modelado por elementos finitos.....                                       | 38 |
| 2.7. Análisis en elementos finitos de problemas en el ámbito ferroviario ..... | 39 |
| 2.8. Conclusiones.....   | 45 |
| 3. RESPUESTA VIBRATORIA VERTICAL DE VÍAS MEDIANTE MODELOS NUMÉRICOS .....      | 47 |
| 3.1. Introducción.....   | 47 |
| 3.2. Modelización de la vía .....  | 47 |
| 3.2.1. La vía férrea.....  | 47 |
| 3.2.2. Componentes de una vía convencional.....                                | 48 |
| 3.2.3. Tipos de vía en placa analizados en el estudio. Diferencias .....       | 50 |
| 3.3. Modelos numéricos de vía.....   | 53 |
| 3.3.1. Fase de preprocesado .....  | 56 |
| 3.3.2. Fase de resolución.....   | 60 |

---

|   |     |
|---|-----|
| 3.3.3. Fase del postprocesado.....  | 61  |
| 3.4. Comparación entre los modelos numéricos y el modelo analítico .....  | 62  |
| 3.4.1. Comparación entre las receptancias obtenidas con los modelos numéricos y el modelo analítico .....         | 64  |
| 3.4.2. Análisis de la interacción entre ambos carriles de la vía .....  | 67  |
| 3.5. Conclusiones .....   | 69  |
| 4. MODELO NUMÉRICO DEL SISTEMA EJE FERROVIARIO .....  | 71  |
| 4.1. Introducción .....   | 71  |
| 4.2. Elementos constitutivos de un bogie ferroviario.....   | 71  |
| 4.3. Modelización y análisis modal del sistema eje-ruedas .....   | 74  |
| 4.4. Análisis armónico del sistema eje-ruedas.....  | 84  |
| 4.5. Conclusiones .....   | 87  |
| 5. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA RECEPTANCIA .....   | 89  |
| 5.1. Introducción .....   | 89  |
| 5.2. Metodología para obtener experimentalmente la respuesta frecuencial de la vía .....                          | 89  |
| 5.3. Validación de los modelos numéricos.....   | 94  |
| 5.4. Conclusiones .....   | 99  |
| 6. MODELIZACIÓN DEL SISTEMA VÍA-EJE FERROVIARIO .....   | 101 |
| 6.1. Introducción .....   | 101 |
| 6.2. Modelos numéricos .....  | 102 |
| 6.2.1. Fase de preprocesado .....   | 104 |
| 6.2.2. Fase de resolución.....  | 109 |
| 6.2.3. Fase del postprocesado.....  | 110 |
| 6.3. Presentación del perfil de irregularidad y el perfil plano de una rueda.....                                 | 110 |
| 6.3.1. Perfil de irregularidad y sistema de medida del perfil de una rueda ....                                   | 110 |
| 6.3.2. Rueda con un plano en su periferia .....   | 114 |
| 6.4. Resultados del análisis transitorio de dos tipos de contacto rueda-carril.....                               | 118 |
| 6.5. Resultados del análisis transitorio de modelos numéricos de diferentes sistemas de vía-eje ferroviario ..... | 126 |
| 6.6. Conclusiones .....   | 130 |
| 7. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN .....   | 131 |
| 7.1. Introducción .....   | 131 |
| 7.2. Conclusiones .....   | 131 |
| 7.3. Aportaciones de la tesis .....   | 133 |
| 7.4. Futuras líneas de investigación.....   | 134 |

---

|   |     |
|---|-----|
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....  | 135 |
| ANEXOS.....   | 141 |
| ANEXO A: PERFIL DE CARRIL UIC 54.....                                       | 143 |
| ANEXO B. PLANO DEL SISTEMA EJE RUEDAS.....                                  | 145 |
| ANEXO C. CURVA DE ELASTICIDAD DEL MUELLE DE LA SUSPENSIÓN DEL<br>TREN ..... | 147 |
| ANEXO D. EL ANÁLISIS TRANSITORIO DINÁMICO EN ANSYS .....                    | 149 |
| D.1 Introducción .....  | 149 |
| D.2 Formulación básica .....  | 149 |
| D.3 Herramientas para abordar el análisis en ANSYS.....                     | 150 |
| NOMENCLATURA .....  | 151 |
| ÍNDICE DE FIGURAS .....   | 155 |
| ÍNDICE DE TABLAS .....  | 159 |

---



## **AGRADECIMIENTOS**

Permítanme dejar que mis sentimientos de agradecimiento se expresen al menos en estas páginas, a diferencia del resto de páginas puramente científicas de esta tesis.

En primer lugar, todo esto no hubiera sido posible sin la fuerza y la voluntad que Dios me ha dado. Le agradezco por haberme guiado a lo largo de mi carrera y por ser mi fortaleza en momentos de debilidad para que fuera posible realizar este trabajo.

Agradezco ante todo a mi madre que, a pesar de la distancia, siempre con su amor estuvo a mi lado y a mi padre, que, aunque esté ausente, su memoria se mantiene viva en mi corazón, unas personas que cuentan mucho para mí, que rezuman el encanto del amor y la inteligencia, en definitiva, la vida con todos sus hermosos colores. Les agradezco también a mis padres haberme permitido crecer junto a mis queridos hermanos Tarek, Zakaria y a mi querida melliza Soundous. Las palabras nunca serán suficientes para describir sus cualidades. Gracias y mil gracias por su apoyo y ayuda en todos los sentidos que han sido fundamentales para completar esta tesis doctoral. Me siento muy afortunado de ser miembro de esta familia.

Quiero expresar mi más profunda gratitud a mi director de tesis el Dr. Jordi Martínez Miralles que confió en mí para llevar adelante este proyecto de tesis. Estoy encantado de haber sido dirigido por él, por su calidad humana y pedagógica. Durante el período de mi tesis tuve el placer de trabajar con él. Gracias por su tiempo, su ayuda, sus consejos, por compartir conmigo su interés y sus valiosos conocimientos, y sobre todo por su amabilidad.

Me gustaría agradecer al Dr. Salvador Cardona, profesor del Departamento de Ingeniería Mecánica de la UPC, su asesoramiento en la utilización de rutinas de Matlab para el tratamiento de la información experimental, su disposición, sus sugerencias y recomendaciones, y en definitiva todo su trabajo desarrollado como responsable del grupo de investigación GREVTAM.

Asimismo agradezco a José Luis Tejedo y Jordi Cervantes, del mismo departamento, su ayuda y soporte en la realización de las mediciones experimentales.

Agradezco también especialmente a Jordi Orta, de la empresa TMB explotadora del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona, la predisposición y las gestiones que han hecho posible la realización de las pruebas experimentales en las instalaciones de dicha empresa.

Quiero manifestar mi agradecimiento por el apoyo incondicional recibido por parte del Dr. Miquel Ferrer por su apoyo técnico y anímico en todo momento en temas de programación en ANSYS, y a la Dra. Magdalena Pastor y a Francesc García por el soporte prestado desde el Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingeniería de la UPC en todo momento.

Hago extensivo mi agradecimiento a la Dra. María Antonia de los Santos por sus consejos y comentarios apreciables. También doy las gracias a los miembros del jurado por haber aceptado revisar y valorar mi trabajo.

A los compañeros Mohamed y Ricard por su colaboración en el trabajo que se ha desarrollado en esta tesis.

A los compañeros y compañera de fatigas en el desarrollo de esta tesis durante estos largos años: Pau, Matteo, Bruno y Rosa. Gracias por las muchas horas de trabajo codo con codo en esta nueva experiencia de investigación, que creo siempre tendrá para nosotros un proverbio especial: “fuerza y coraje que la vida es salvaje”.

De igual forma, extiendo mi gratitud a Imma Pie, Daniel Clos, Joan Puig30T, Mateu Martín, Lluïsa Jordi, Miquel Sararols, Joaquim Veciana, Enrique Zayas, Laia Ferrer, Maribel Galindo, Carles Ribas, Munir Khamashta, Anas al Omar y Jordi Romeu. En

general, a todo el personal docente y administrativo que conforma el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Politécnica de Cataluña, por su acogida y cortesía.

Sería totalmente injusto olvidarme de todas las personas que han dejado huella en mi persona; de hecho, la realización de este trabajo hubiera sido mucho más difícil sin la ayuda de mis primos, primas, amigos y amigas de Barcelona y de Tánger. La lista es grande, así que a todos ellos y sobre todo a los que vayan a leer este documento que consideren que su nombre está escrito en esa lista, gracias por ser como sois.

Deseo agradecer a la magnífica gente importante para mí que compone mi gran familia, la familia Zougari, familia Khlifi, familia Karmoun, familia Mahmah, familia Benali, familia Berhoun, familia Kouch, familia Kalif, familia Belghazi, familia Beneich y finalmente a la familia Melihi, especialmente a mi tío el Haj Abdelkader Melihi.

## **RESUMEN**

Desde sus inicios, los ferrocarriles han presentado el problema de las vibraciones y el ruido generados por la rodadura. Este problema tiene su origen principalmente en las fluctuaciones de la fuerza de contacto rueda-carril, fluctuaciones generadas por las irregularidades que presenta la banda de rodadura de las ruedas y por las irregularidades de los carriles, como pueden ser la presencia de juntas y el desgaste ondulatorio. En el caso de los ferrocarriles metropolitanos, las vibraciones y el ruido producen un impacto ambiental significativo a causa de su proximidad a zonas habitadas. Las vibraciones se propagan de la vía a la infraestructura, que puede ser una base o un túnel, y de ella a los edificios próximos provocando molestias y, en casos extremos, desperfectos en los edificios. Además, hay que tener también presente que las vibraciones causan problemas de fatiga y desgaste en el material rodante, factor de vital importancia para la seguridad de los viajeros.

En las últimas décadas, el problema mencionado ha sido abordado por múltiples grupos de investigación. Estos grupos han desarrollado estudios con la intención de comprender y caracterizar el problema de las vibraciones generadas por la rodadura, y han presentado diferentes modelos analíticos. Dichos modelos, para tramos de vía rectos, suelen considerar solo media vía en contacto con una rueda suspendida del bogie por medio de la suspensión primaria. Los modelos analíticos de media vía, si bien han sido ampliamente utilizados, presentan el inconveniente de no considerar la interacción entre carriles; es decir la influencia de la fuerza fluctuante de contacto generada en un carril sobre la vibración en el otro carril. Esta interacción se puede producir tanto a través de la estructura de la vía como a través del eje de ambas ruedas. En la actualidad, y gracias a la potencia de cálculo que proporcionan los ordenadores, las investigaciones se dirigen al desarrollo de modelos numéricos que permitan ampliar los campos de estudio como por ejemplo la interacción entre carriles, el comportamiento del contacto rueda-carril en tramos curvos y la propagación al entorno.

El objetivo principal de la tesis que se presenta es aportar conocimiento sobre el problema del contacto rueda-carril y la generación de vibraciones que comporta, desarrollando modelos numéricos basados en el Método de Elementos Finitos (FEM). Para ello se ha utilizado el programa comercial ANSYS 13, analizando todas sus capacidades y utilizando algunas de ellas de forma novedosa. Con el fin de analizar con más detalle el comportamiento de la interacción entre una vía completa y un vehículo ferroviario, en la primera parte de esta tesis se han desarrollado y validado diversos modelos numéricos de vía completa basados en el método de elementos finitos, orientados a la caracterización de la generación de vibraciones. Los resultados obtenidos con los modelos numéricos, presentados en forma de respuesta en frecuencia de la vía, se comparan con resultados de modelos analíticos desarrollados anteriormente, y también con resultados experimentales obtenidos para dos tipos de vía. Para la comprobación experimental, se ha contado con la colaboración de la empresa del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona.

En la segunda parte de la tesis se ha elaborado un modelo numérico para la caracterización del conjunto eje ferroviario-suspensión primaria, entendiendo por eje ferroviario el formado por dos ruedas unidas con su eje. Se ha buscado el modelo más simple posible que cumple con los requerimientos necesarios para reproducir el comportamiento vibratorio del conjunto.

En la última parte del trabajo, se combinan los modelos numéricos de vía con el modelo del conjunto eje-suspensión para crear un modelo global que permite simular el mecanismo de generación de la fuerza de contacto rueda-carril. Para describir el contacto se ha utilizado la teoría no lineal de Hertz. Los resultados obtenidos al integrar numéricamente las ecuaciones del modelo global mediante el análisis transitorio de ANSYS, se comparan con los resultados que proporcionan modelos analíticos de media vía en contacto con una única rueda sujeta a la suspensión primaria. Estos modelos han sido desarrollados por otros miembros del grupo de investigación GREVTAM del

Departamento de Ingeniería Mecánica de la UPC en el cual se enmarca la presente tesis. La comparación de estos resultados para dos tipos de vía, muestra una muy buena concordancia. Con el modelo numérico global, se ha analizado el comportamiento vibratorio de una vía clásica sobre balasto y dos tipos de vía en placa, la vía DFF y la vía bloque con riostra, todos ellos tipos de vía ampliamente utilizados en el Ferrocarril Metropolitano de Barcelona

Finalmente, gracias a los resultados proporcionados por el modelo global de contacto, se llega a la conclusión que la interacción entre los mecanismos de generación de la fuerza de contacto presentes en ambos carriles es significativa, produciéndose la interacción principalmente a través del conjunto eje-ruedas. Este resultado justifica por sí solo la necesidad de utilizar modelos numéricos de contacto vía completa-eje ferroviario. Como conclusión general cabe decir que los resultados obtenidos demuestran que la metodología desarrollada es capaz de predecir la historia temporal de la fuerza normal de contacto en diferentes localizaciones de los diversos tipos de vías estudiados.

## **RESUM**

Des de els seus inicis, els ferrocarrils han presentat el problema de les vibracions i el soroll generats pel rodolament. Aquest problema es produeix principalment per causa de les fluctuacions de la força de contacte roda-carril, fluctuacions generades per les irregularitats del perfil de les rodes i per les irregularitats del cap dels carrils, com ara la presència de juntes i el desgast ondulatori. En el cas dels ferrocarrils metropolitans, les vibracions i el soroll produeixen un impacte ambiental significatiu per la proximitat a zones habitades. Les vibracions es propaguen de la via a la infraestructura, que pot ser una base o un túnel, i d'ella als edificis propers causant molèsties i, en casos extrems, desperfectes en els edificis. A més, cal pensar que les vibracions originen problemes de fatiga i desgast en el material mòbil, factor a tenir en compte de cara a la seguretat dels passatgers.

En les darreres dècades, el problema esmentat ha estat tractat per molts grups de recerca. Aquests grups han desenvolupat estudis per tal d'entendre i caracteritzar el problema de les vibracions generades pel rodolament, i han presentat diferents models analítics. Aquests models, pensats per a trams de via rectes, acostumen a considerar només mitja via en contacte amb una roda suspesa del bogie per mitjà de la suspensió primària. Els models analítics de mitja via, si bé han estat àmpliament emprats, presenten l'inconvenient de no considerar la interacció entre carrils; es a dir la influència de la força fluctuant de contacte generada en un carril sobre la vibració en l'altre carril. Aquesta interacció es pot produir tant a través de l'estructura de la via com a través de l'eix de les rodes. Actualment, i gràcies a la potència de càlcul que proporcionen els ordinadors, la recerca s'orienta cap el desenvolupament de models numèrics que permeten ampliar els camps d'estudi como ara la interacció entre carrils, el comportament del contacte roda-carril en trams en corba i la propagació a l'entorn.

L'objectiu principal de la tesi que es presenta és aportar coneixement sobre el problema del contacte roda-carril i la generació de vibracions que comporta, desenvolupant models numèrics basats en el Mètode dels Elements Finitos (FEM). Per això s'ha emprat el programa comercial ANSYS 13, analitzant totes les seves capacitats i fent servir algunes d'elles de forma inèdita. Amb la intenció d'analitzar en detall el comportament de la interacció entre una via sencera i un vehicle ferroviari, en la primera part de la tesi es desenvolupen i validen diversos models numèrics de via sencera basats en el Mètode dels Elements Finitos, enfocats a la caracterització de la generació de vibracions. Els resultats obtinguts amb els models numèrics, presentats en forma de resposta freqüencial de la via, es comparen amb resultats de models analítics desenvolupats amb anterioritat, i també amb resultats experimentals obtinguts per a dos tipus de via. Per a la comprovació experimental, s'ha disposat de la col·laboració de l'empresa del Ferrocarril Metropolità de Barcelona.

En la segona part de la tesi s'ha elaborat un model numèric per a la caracterització del conjunt eix ferroviari-suspensió primària, entenent com a eix ferroviari el conjunt format per dues rodes amb el seu eix. S'ha cercat el model més simple possible que compleix amb els requeriments necessaris per a reproduir el comportament vibratori del conjunt.

En la darrera part del treball, es combinen els models numèrics de via amb el model del conjunt eix-suspensió per a obtenir un model global que permeti simular el mecanisme de generació de la força de contacte roda-carril. Per a descriure el contacte, s'ha emprat la teoria no lineal de Hertz. Els resultats obtinguts quan s'integren numèricament les equacions del model global mitjançant l'anàlisi transitori d'ANSYS, se comparen amb els resultats que proporcionen models analítics de mitja via en contacte amb una única roda fixada a la suspensió primària. Aquests models han estat desenvolupats per altres membres del grup de recerca GREVTAM del Departament d'Enginyeria Mecànica de la UPC dins del qual s'inscriu aquesta tesi. La comparació d'aquests resultats per a dos tipus de via mostra una molt bona concordança. Amb aquest model numèric global, s'ha analitzat el comportament vibratori d'una via clàssica sobre balast i dos tipus de via en

placa, la via DFF i la via bibloc amb riosta, tots ells tipus de via molt emprats en el Ferrocarril Metropolità de Barcelona.

Finalment, gràcies als resultats obtinguts amb el model global de contacte, s'ha arribat a la conclusió que la interacció entre els mecanismes de generació de la força de contacte presents en ambdós carrils és significativa, produint-se la interacció principalment a través del conjunt eix-rodes. Aquest resultat justifica per sí mateix la necessitat d'emprar models numèrics de contacte via sencera-eix ferroviari. Com a conclusió general cal dir que els resultats obtinguts demostren que la metodologia desenvolupada permet preveure la història temporal de la força normal de contacte en diferents localitzacions dels diferents tipus de via estudiats.

## **ABSTRACT**

From its beginnings, the railways have brought the problem of the vibrations and the noise generated by the rolling. This problem has its origin mainly in the fluctuations of the wheel-rail contact force. Fluctuations generated by the irregularities on the wheel rolling surfaces and the rails irregularities, such as the presence of joints and the undulatory wear. In the case of the metropolitan railways, noise and vibration produce a significant environmental impact because of its proximity to inhabited areas. The vibrations propagate from the railway to the infrastructure, which can be a base or a tunnel, and from there to the nearby buildings causing annoyances and, in extreme cases, damages to the buildings. Also, it is necessary to bear in mind that the vibrations also cause problems of fatigue and wear in the rolling stock, a critical factor in passengers' safety.

In the last decades, the mentioned problem has been approached by multiple research groups. These groups have developed studies with the intention of understanding and characterizing the vibrations problem generated by the rolling, and its presented different analytical models. These models, for straight track sections, usually consider only half a track (single rail) in contact with a wheel suspended from the bogie through the primary suspension. Analytical models of half a track, although widely used, have the inconvenience of not considering the interaction between rails; that is to say the influence of the fluctuating contact force generated in a rail on the other rail vibration. Such interaction may occur through both the track structure and the axle of both wheels. Nowadays, and thanks to the computing power provided by the computers, research are leading to the development of numerical models enabling us to expand the fields of study such as the interaction between rails, the behavior of the wheel-rail contact in curved sections and the propagation in the surroundings.

The main objective of the here presented thesis is to provide knowledge about the wheel-rail contact problem and the generation of vibrations that it causes, developing numerical models based on the Finite Element Method (FEM). Therefore we have used the commercial program ANSYS 13, analyzing all its capacities and using some of them in new ways. In order to analyze in detail the behavior of the interaction between a track and a railway vehicle, in the first part of this thesis we have developed and validated diverse numerical models of a railway track based on the finite elements method, oriented toward characterizing the vibrations generation. The obtained results with the numerical models, presented as a track frequency response, are compared with the results of previously developed analytical models, and also experimental results for two types of railway track. For the experimental verification, we have counted with the collaboration of the Metropolitan Railway Company Barcelona

In the second part of the thesis we have developed a numerical model for the characterization of the set railway axle-primary suspension, meaning by railway axle the one composed of two wheels fixed to their axle. We have sought the simplest possible model fulfilling the necessary requirements to reproduce the set vibratory behavior.

In the last part of the work, we combine the track numerical models with the model of the set axle-primary suspension to create a global model that allows simulating the mechanism of the wheel-rail contact force generation. To describe the contact we have used nonlinear Hertz theory. The results obtained when numerically integrating the equations of the global model using ANSYS transient analysis, are compared with the results provided by the analytical models of half a track in contact with a single wheel attached to the primary suspension. These models have been developed by other members of the research group GREVTAM from the UPC Department of Mechanical Engineering where this thesis is framed. The comparison of these results for two types of tracks shows a very good conformity. With the numerical global model, we have analyzed the vibratory behavior of a classical ballasted track and two types of slab track, the DFF railway track and the Stedef twinblock railway track, all of them railway track types widely used in the Metropolitan Railroad of Barcelona.

Finally, thanks to the results provided by the global model of contact, we conclude that the interaction between the mechanisms of the contact force generation present in both rails is significant, the interaction occurring mainly through the axle-wheels set. This result by itself justifies the need for numerical modeling of full track-railway axle contact. As a general conclusion we can say that the results demonstrate that the developed methodology is able to predict the time history of the normal contact force in different locations of the various studied track types.

## **RÉSUMÉ**

Depuis leurs débuts, les chemins de fer ont présenté le problème des vibrations et du bruit générés par le roulement. Ce problème trouve son origine principalement dans les fluctuations de la force de contact roue-rail, les fluctuations générées par les irrégularités que présente la bande de roulement des roues et par les irrégularités des rails, telles que la présence de joints et l'usure ondulatoire. Dans le cas des chemins de fer métropolitains, les vibrations et le bruit produisent un impact environnemental significatif en raison de leur proximité aux zones habitées. Les vibrations se propagent de la voie à la structure du tunnel, et de là vers les bâtiments voisins provoquant des nuisances, et dans des cas extrêmes, des dommages dans les bâtiments. En outre, il faut aussi garder à l'esprit que les vibrations provoquent aussi des problèmes de fatigue et d'usure dans le matériel roulant, un facteur critique pour la sécurité des voyageurs.

Au cours des dernières décennies, le problème cité ci-dessus a été abordée par de nombreux groupes de recherche. Ces groupes ont mené des études dans le but de comprendre et caractériser le problème des vibrations générées par le roulement, et ont présenté divers modèles analytiques. Ces modèles, pour des sections de voies droites, ne considèrent généralement que demi-voie (un rail) en contact avec une roue suspendue du bogie au moyen de la suspension primaire. Les modèles analytiques de demi-voie, bien que largement utilisés, présentent l'inconvénient de ne pas considérer l'interaction entre les rails; à savoir l'influence de la force fluctuante de contact générée dans un rail sur la vibration dans l'autre rail. Cette interaction se produit tant à travers la structure de la voie comme à travers l'axe des deux roues. Actuellement, et grâce à la puissance de calcul que fournissent les ordinateurs, les recherches se dirigent vers le développement de modèles numériques qui permettent d'agrandir les champs d'étude comme par exemple l'interaction entre des rails, le comportement du contact roue-rail dans des tronçons courbes et la propagation à l'environnement.

L'objectif principal de la thèse que l'on présente est d'apporter des connaissances sur le problème du contact roue-rail et la génération de vibrations qu'il comporte, en développant les modèles numériques basés sur la Méthode d'Éléments Finis (FEM). Pour cela on a utilisé le programme commercial ANSYS 13, en analysant toutes ses capacités et en utilisant certaines d'entre elles d'une manière novatrice. Afin d'analyser en détails le comportement de l'interaction entre une voie complète et un véhicule ferroviaire, on a développés et validés, dans la première partie de cette thèse, différents modèles numériques de voie complète basés sur la méthode des éléments finis, orientés à la caractérisation de la génération de vibrations. Les résultats obtenus avec les modèles numériques, présentés en forme de réponse en fréquence de la voie, sont comparés aux résultats de modèles analytiques développés précédemment, et aussi aux résultats expérimentaux obtenus pour deux types de voie. Pour la vérification expérimentale, on a disposé de la collaboration de la société du Chemin de fer Métropolitain de Barcelone.

Dans la deuxième partie de la thèse, nous avons développé un modèle numérique pour la caractérisation de l'ensemble axe ferroviaire-suspension primaire, sachant qu'axe ferroviaire comprend deux roues unies avec leurs axe. On a cherché le modèle le plus simple possible répondant aux exigences nécessaires pour reproduire le comportement vibratoire de l'ensemble.

Dans la dernière partie du travail, on combine les modèles numériques de voie avec le modèle de l'ensemble axe-suspension pour créer un modèle global permettant la simulation du mécanisme de génération de la force de contact roue-rail. La théorie non linéaire d'Hertz a été utilisée pour décrire le contact. Les résultats obtenus après avoir intégré numériquement les équations du modèle global en utilisant l'analyse transitoire d'ANSYS, sont comparés aux résultats fournis avec des modèles analytiques de demi-voie en contact avec une roue unique soumise à la suspension primaire. Ces modèles ont été développés par d'autres membres du groupe de recherche GREVTAM du Département d'Ingénierie Mécanique de l'UPC dans lequel cette thèse est encadrée. La

comparaison de ces résultats pour deux types de voies, montre une très bonne concordance. Avec le modèle numérique global, on a analysé le comportement vibratoire d'une voie classique sur ballast et deux types de voie sur dalle, la voie DFF et la voie Stedef, tous ces types de voie sont largement utilisés dans le Chemin de fer Métropolitain de Barcelone.

Enfin et grâce aux résultats fournis par le modèle global de contact, on arrive à la conclusion que l'interaction entre les mécanismes de génération de la force de contact présents dans les deux rails est significative, l'interaction se produisant principalement à travers l'ensemble axe-roues. Ce résultat justifie la nécessité d'utiliser des modèles numériques de contact voie-axe ferroviaire. En conclusion, les résultats obtenus démontrent que la méthodologie mise au point est capable de prédire l'histoire temporelle de la force normale de contact à des emplacements différents pour les divers types de voies étudiés.

## **1. INTRODUCCIÓN**

La tesis que se presenta propone y desarrolla métodos numéricos para simular el mecanismo de generación de vibraciones causadas por el tráfico ferroviario; más concretamente causadas por la rodadura de las ruedas sobre los carriles. El trabajo se enmarca en la línea de investigación de vibraciones que lleva a cabo el GREVTAM (Grup de Recerca en Vibracions, Teoria i Anàlisi de Màquines) perteneciente al Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universitat Politècnica de Catalunya. Esta línea de investigación, cuyos inicios se remontan a las primeras colaboraciones entre el Departamento y la empresa pública del ferrocarril metropolitano de Barcelona (FCMB), se ciñe al caso de ferrocarriles metropolitanos, principalmente subterráneos, y a los problemas que las vibraciones originan tanto al material rodante como al entorno.

Este primer capítulo expone la motivación y los antecedentes que han conducido a la realización de esta tesis, y valora el alcance y viabilidad del estudio realizado. Asimismo, se enumeran los objetivos planteados y se presenta la estructura de la tesis.

### **1.1. MOTIVACIÓN Y ANTECEDENTES**

El transporte ferroviario es uno de los métodos más seguros y eficientes energéticamente para el transporte de viajeros o mercancías entre dos localizaciones conectadas por tierra. Esto es debido a que el coste energético por tonelada transportada es mejor que el de los otros medios de transporte terrestre. Uno de los aspectos que en los últimos años ha cobrado especial importancia en el desarrollo del transporte ferroviario es el impacto ambiental provocado por la construcción de nuevos trazados y por la explotación de los mismos. Relacionado con la explotación, preocupa especialmente el impacto ambiental producido por la emisión de ruido y por la transmisión de vibraciones al entorno. Este impacto es especialmente significativo en trazados urbanos, ya sean de superficie, donde el principal problema es la emisión aérea de ruido, o subterráneos, donde la transmisión de vibraciones es la que crea más dificultades. La inmisión de vibraciones en edificaciones cercanas a los trazados ferroviarios produce molestias asociadas a la percepción directa de las vibraciones y también al ruido inducido por las mismas.

Además, las empresas del sector de la explotación ferroviaria se plantean otros objetivos relacionados con la presencia de vibraciones: una mayor fiabilidad del material rodante, una creciente reducción de los costes de mantenimiento y una seguridad creciente. Todos estos aspectos justifican por si solos el interés en el estudio del comportamiento dinámico del contacto rueda-carril y de la generación de vibraciones en diferentes tipos de vía.

La causa principal de las vibraciones generadas por el tráfico ferroviario se encuentra en las irregularidades de perfil de las ruedas y de los carriles. Las irregularidades de perfil generan fluctuaciones de la fuerza de contacto rueda-carril que son las responsables de las vibraciones que se transmiten al entorno, así como de daños por fatiga y por desgaste del material rodante. Las vibraciones en el vehículo y en la vía se incrementan con el aumento de la velocidad del tren, las cargas sobre los ejes y sobre todo con el estado de deterioro de los perfiles de ruedas y vías. En la práctica, la zona que sufre más deterioro es la banda de rodadura de las ruedas, ya que el deterioro es mayor cuanto mayor es la distancia recorrida. A medida que dicho deterioro aumenta, las fuerzas dinámicas que actúan entre ruedas y carril aumentarán significativamente causando fatiga y daños en los componentes de la vía y de los bogies. El nivel de vibración también aumentará. Por lo tanto, para conocer el mecanismo de generación de las fuerzas dinámicas de contacto entre ruedas y carril, y por tanto el mecanismo de generación de vibraciones, es necesario realizar un estudio para determinar las

respuestas dinámicas del vehículo y la de la vía cuando hay irregularidades presentes en el perfil de ruedas y carriles. Para llevar a cabo dicho estudio y llegar a conclusiones satisfactorias, se requiere una combinación de conocimientos provenientes de varias disciplinas científicas: mecánica, matemáticas, física y modelización numérica.

El objetivo general de la presente tesis es la realización de un trabajo de investigación en el campo del análisis y simulación de las vibraciones mecánicas generadas por el tráfico ferroviario.

En este campo, el Grupo de Investigación en Vibraciones, Teoría y Análisis de Máquinas de la UPC (GREVTAM) posee una dilatada experiencia obtenida a través de proyectos de investigación de financiación tanto pública como privada, proyectos que se han plasmado en diversas tesis doctorales, ponencias en congresos y múltiples publicaciones en revistas científicas tanto nacionales como internacionales.

Se puede encontrar en la bibliografía existente múltiples trabajos que se han centrado en las vibraciones provocadas en una vía ferroviaria bajo la acción de vehículos móviles, y han presentado diferentes teorías y modelos. Estos estudios, de base analítica, suelen utilizar dos tipos de modelos unidimensionales de vía básicos: los denominados modelos continuos y los denominados modelos discretos. Dichos modelos consideran el contacto de una rueda con un solo carril y por tanto no contemplan el posible acoplamiento entre ambos carriles a través de la estructura de la vía, así como tampoco contemplan el acoplamiento de ambas ruedas a través del eje.

Sobre la base de lo mencionado anteriormente, en el presente proyecto se pretende desarrollar modelos numéricos de generación de las vibraciones en los diferentes modelos de vía, que permitan obviar las limitaciones de los modelos analíticos más extendidos. El desarrollo de los modelos numéricos se ha realizado mediante el método de elementos finitos utilizando el programa comercial ANSYS versión 13.

Para la validación de dichos modelos numéricos se han comparado los resultados numéricos con mediciones experimentales. Para ello se han empleado los recursos del GREVTAM y se ha contado con la colaboración de la empresa del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona que ha facilitado el acceso y la utilización de sus infraestructuras para la realización de la parte experimental del trabajo propuesto.

---

## **1.2. OBJETIVOS**

Ya se ha comentado anteriormente que la base del trabajo que se presenta es el desarrollo de modelos numéricos de generación de vibraciones. Para llegar finalmente a este objetivo, se han planteado diversas etapas como objetivos parciales.

La primera etapa de la tesis ha consistido en la recopilación, análisis y estudio de la documentación necesaria para el buen desarrollo del proyecto. Esta etapa se ha dividido en tres fases:

- Selección bibliográfica y exploración del estado de arte. En esta fase se han identificado y analizado trabajos recientes de la literatura relacionada con el tema a tratar.
- Revisión de conceptos teóricos fundamentales. Se ha caracterizado el contacto rueda-carril y se han identificado modelos dinámicos analíticos de vía y modelos numéricos basados en elementos finitos para resolver diversos problemas del ámbito ferroviario. El estudio de los distintos modelos ha incluido la recopilación de datos sobre los parámetros de vía necesarios para dichos modelos, tarea compleja en cuanto a menudo esta información se encuentra muy fragmentada y confusa en la bibliografía, así como en la información que suministra la industria de superestructura ferroviaria.
- Familiarización con el paquete de “software” comercial Mechanical APDL (ANSYS 13) utilizado en la tesis. Esta fase ha implicado no solo conocer todos los

aspectos de la simulación por elementos finitos sino también investigar todas las posibilidades útiles para los modelos numéricos a desarrollar que ofrece el programa.

La etapa siguiente ha sido la de la simulación con elementos finitos. Se empezó directamente con la elaboración de modelos numéricos simples de diferentes tipos de vía, programando en ANSYS APDL, módulo que permite el diseño manual de modelos de elementos finitos, seleccionado elementos, nodos y restricciones. El análisis dinámico de dichos modelos se convalidaba con resultados de modelos analíticos que han sido validados experimentalmente, así como la creación de un modelo de pocos elementos y nodos que representa el conjunto eje-suspensión primaria de un vehículo ferroviario. Esta etapa se divide en los siguientes objetivos.

- Estudiar y evaluar los resultados obtenidos mediante la simulación numérica de los modelos realizados de diferentes tipos de vía ferroviaria.
- Comparación y validación de los resultados numéricos con resultados de modelos analíticos anteriormente desarrollados y elaborados en trabajos de investigación del grupo GREVTAM.
- Creación de dos modelos numéricos del conjunto eje-suspensión primaria. El primer modelo define la estructura real del sistema utilizando el módulo Workbench de ANSYS que permite realizar mallados de forma automática, mientras que el segundo modelo numérico, realizado con el módulo APDL de ANSYS, es mucho más simple, con pocos nodos y por tanto con una exigencia de cálculo mucho menor. Este modelo simple se ha comparado satisfactoriamente con el modelo en Workbench a través de sus frecuencias y modos propios de vibración.

En la tercera etapa, la de la validación experimental, se han hecho dos pruebas experimentales con el objetivo de validar los modelos numéricos de vía. Estas pruebas han incluido las siguientes fases:

- Realización de mediciones experimentales en varios tipos de vía utilizando las técnicas de medida de vibraciones desarrolladas por el GREVTAM. Como resultado se han obtenido respuestas frecuenciales entre diversos puntos de la vía.
- Análisis y ajuste de los parámetros de vía a partir de la información experimental.
- Correlación entre resultados experimentales de dos tipos de vía y los resultados numéricos de modelos creados con el programa ANSYS 13.
- Revisión de las técnicas básicas de estimación del error con los análisis de elementos finitos.
- Validación final de los resultados de la simulación obtenidos mediante el modelado en base a medidas experimentales en el terreno.

Finalmente, en la última etapa, la combinación de los modelos numéricos de vía-eje ferroviario más suspensión primaria ha proporcionado un modelo global que ha permitido simular el mecanismo de generación de la fuerza de contacto rueda-carril.

- Se han creado varios modelos numéricos de diferentes tipos de vía en contacto con el conjunto eje ferroviario-suspensión primaria. Con ellos se ha calculado la fuerza de contacto para diversos tipos de perfil de irregularidad de las ruedas, utilizando el modelo de contacto que proporciona la Teoría no lineal de Hertz.
- Se han comparado los resultados del análisis dinámico de los modelos numéricos de contacto con otros modelos analíticos, utilizando los mismos parámetros de vía y vehículo.
- Finalmente, se han analizado los resultados obtenidos con la simulación y se ha llegado a conclusiones sobre el mecanismo de generación de las vibraciones y la posible interacción entre los contactos rueda-carril de un mismo eje ferroviario.

### 1.3. ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

La presente tesis doctoral se ha estructurado en 7 capítulos cuyo contenido se describe brevemente a continuación.

El presente capítulo, el capítulo 1, es la introducción de la tesis tal como ya se ha podido comprobar.

En el capítulo 2 se presenta el estado de arte. Para ello, primero se hace un resumen de las investigaciones más relevantes en el análisis de las vibraciones generadas a causa del contacto rueda-carril. De hecho, se realiza una explicación de los procedimientos y metodologías utilizados por diferentes autores para determinar la problemática del estado de dos elementos en contacto, y las herramientas matemáticas involucradas en cada uno de estos procedimientos. También se repasan los modelos y métodos empleados para caracterizar una vía ferroviaria y se citan procedimientos para describir su respuesta dinámica vertical. Posteriormente se comentan diversos trabajos que modelizan la fuerza normal de contacto, gracias a diferentes teorías de contacto. Continúa con las bases del método de elementos finitos. Y finalmente, se muestran algunos estudios realizados hasta el momento en relación a modelos numéricos basados en elementos finitos que tratan problemas en el ámbito ferroviario y se analizan las publicaciones científicas relacionadas con esta investigación para justificar el que pretende cubrir esta tesis.

En el capítulo 3 se exponen los componentes básicos de los diferentes tipos de vía que han sido elegidos para su modelización numérica. Se presenta la metodología de diseño propuesta, los elementos que componen la estructura general y los procesos que permiten la creación de los modelos numéricos que representan los diferentes tipos de vía ferroviaria. Y se comparan los resultados obtenidos con los modelos numéricos, expresados en forma de receptancia de la vía, con los resultados que predicen los modelos analíticos continuos de media vía. La transmisión de vibraciones entre ambos carriles se investiga solamente con la ayuda de los modelos numéricos que representan la estructura de los diferentes tipos de vía.

En el capítulo 4 se caracteriza el comportamiento vibratorio de un conjunto formado por dos ruedas y su eje a través de modelos numéricos en ANSYS 13. Los últimos modelos contienen también la suspensión primaria, que se sitúa entre el eje ferroviario y el bastidor del bogie. Seguidamente, mediante la aplicación del análisis modal y del análisis armónico, se selecciona el modelo numérico más sencillo posible y fiable que cumpla con el objetivo de establecer modelos numéricos del sistema vía-eje ferroviario más suspensión primaria.

En el capítulo 5 se detalla el método experimental diseñado expresamente para la obtención de la receptancia de la vía, así como su aplicación a dos tipos de vía del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona. Por último, la comparación de la receptancia calculada numéricamente y la conseguida con medidas experimentales, valida los modelos numéricos de vía que se han desarrollado.

En el capítulo 6, en su primera parte, se combinan los modelos numéricos presentados en el tercer y el cuarto capítulo para obtener modelos numéricos de contacto en los cuales el contacto propiamente dicho se describe mediante la teoría no lineal de Hertz. Se consideran dos casos de estudio: excitación causada por un plano en una rueda o excitación causada por un perfil de irregularidad real de una rueda obtenido experimentalmente en trabajos anteriores. Mediante el análisis transitorio de ANSYS (integración numérica del sistema de ecuaciones en función del tiempo), se contrastan los resultados de la fuerza de contacto obtenidos numéricamente con los obtenidos con el modelo analítico continuo de media vía. En último lugar, se muestran los resultados del análisis transitorio de modelos numéricos del contacto de vía entera para tres diferentes tipos de vía y se extraen conclusiones sobre el comportamiento del conjunto vía-eje ferroviario.

Finalmente, en el capítulo 7, se recogen las conclusiones y aportaciones de esta investigación, y se proponen posibles extensiones y líneas de investigación de trabajos futuros con relación al estudio del comportamiento vibratorio de vías ferroviarias mediante simulación numérica.

Por último se enumeran las publicaciones generadas, hasta el momento, a partir de la elaboración de esta tesis.

- Zougari, A., Martínez, J, Obtención de la respuesta vibratoria de una vía mediante modelos numéricos basados en el método de elementos finitos, X Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Oporto, Portugal, (2011).
- Zougari, A., Martínez, J., Cardona, S. Vibration response of a railway track obtained using numerical models based on FEM, International Conference on Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis CSNDD 2012, Marrakech, Morocco, (2012).
- Zougari, A., Martínez, J., Cardona, S. Obtención de la respuesta vibratoria vertical de vías férreas mediante modelos numéricos. Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica. Vol. 17 N1, PP.03-15, 2013.
- Zougari, A., Martínez, J., Cardona, S. Réponse dynamique d'une voie au moyen de modèles numériques. ACMA 2012, 09-12 Mai, 2012, Fès, Maroc.
- Zougari, A., Martínez, J. Modelos numéricos para el análisis del comportamiento de vías férreas. En: XIX Congreso nacional de ingeniería mecánica: Castellón, 14-16 de noviembre 2012. Libro de resúmenes, pp 161.
- Zougari, A.; Martínez, J. Simple numerical model of the wheelset system based on finite element method, 11<sup>ième</sup> Congrès de Mécanique- Agadir, du 23 au 26 avril 2013. Maroc.



## **2. ESTADO DEL ARTE**

---

### **2.1. INTRODUCCIÓN**

Desde la puesta en marcha de los ferrocarriles urbanos y suburbanos, se han puesto de manifiesto problemas provocados por la generación de vibraciones en el contacto rueda-carril. Dichos problemas están relacionados con la propagación de vibraciones al entorno y con daños en ruedas y carriles, lo que se traduce en sobrecostos de mantenimiento del sistema. Por todo ello, existe un interés creciente por entender el fenómeno de la generación de vibraciones provocadas por el contacto rueda-carril.

Es bien sabido que las irregularidades de perfil de las ruedas y de los carriles son la causa de las vibraciones producidas en el contacto rueda-carril y también la causa del ruido de rodadura. La irregularidad de perfil de ruedas y carriles genera fuerzas de contacto fluctuantes que son las responsables de la generación de las vibraciones que se transmiten al entorno, así como de daños por fatiga y por desgaste del material rodante. La vibración generada depende del comportamiento vibratorio del conjunto vía, eje ferroviario y suspensión primaria, y se intensifica con el aumento de la velocidad del tren, la carga sobre los ejes y, sobre todo, con el estado de deterioro de los perfiles de ruedas y vías. El deterioro más importante se produce en la banda de rodadura de las ruedas, debido a que éste depende de la distancia recorrida [1, 2].

En el presente capítulo se exponen los trabajos realizados por diversos investigadores, todos ellos relacionados con el desarrollo de modelos de contacto rueda-carril que permiten caracterizar las vibraciones y el ruido de rodadura producidos por el tráfico ferroviario. Dichos modelos abarcan desde la modelización analítica de media vía como una viga infinita apoyada sobre un lecho elástico, hasta modelos basados en métodos de elementos finitos, elementos de contorno, etc. Adicionalmente, se presenta brevemente la teoría de elementos finitos y se expone algunos ejemplos de problemas en el ámbito ferroviario resueltos a través de modelos numéricos basados en el método de elementos finitos.

### **2.2. DINÁMICA DEL CONTACTO RUEDA-CARRIL**

El fenómeno de la generación de vibraciones provocadas por el contacto rueda-carril implica el conocimiento de diversos aspectos que intervienen tanto en la dinámica de los vehículos ferroviarios como en el comportamiento de la superestructura de vía. Un aspecto fundamental es conocer las características dinámicas y la geometría del contacto rueda-carril.

Los estudios iniciales sobre el contacto entre dos cuerpos fueron desarrollados a finales del siglo XIX. El científico alemán, Heinrich Hertz [3], publicó su primera investigación sobre el tema en 1896. Sus estudios se basaron en usar interferencia óptica entre dos lentes cilíndricas de vidrio. Observó que ambas lentes se deformaban bajo carga y que la zona de contacto tenía una forma elíptica. Cuando dejó de aplicar la carga, la región de contacto desapareció y las lentes volvieron a su forma original. De estas observaciones Hertz formuló su teoría que actualmente sigue siendo ampliamente utilizada para desarrollar modelos de contacto gracias a su sencillez y a los resultados suficientemente satisfactorios que proporciona.

Aunque es de gran importancia, la teoría de Hertz presenta algunas limitaciones. Solo es aplicable a superficies de contacto lisas y con una curvatura constante en las proximidades del área de contacto. Y solo permite describir la distribución de fuerza normal a la superficie de contacto entre ambos cuerpos. La teoría deduce una distribución de fuerza normal en forma de semielipsoide sobre una superficie de contacto elíptica. Posteriormente, diversos autores han ampliado el alcance de la teoría de Hertz, incorporando modelizaciones para las fuerzas de contacto tangenciales y considerando distribuciones de fuerzas de contacto distintas de la original, a menudo tratadas numéricamente.

En 1926 el investigador inglés, Carter [6] fue el primero en evaluar fuerzas tangenciales entre dos cuerpos rodantes, aplicando su modelo de contacto rueda-carril. Carter aproximó la superficie de contacto a una franja rectangular uniforme, transversal al carril, pero el problema de la teoría era que solo consideraba la presencia de fuerza tangencial longitudinal.

Más tarde, en 1958, Johnson [7] extendió la teoría bidimensional de Carter, resolviendo el caso tridimensional de una forma aproximada. En su teoría consideraba una superficie de contacto circular, y tuvo en cuenta la presencia de fuerzas longitudinales y transversales sin contar con la influencia de las fuerzas tangenciales debidas al pivotamiento.

En 1963 y 1964 apareció una nueva teoría fruto del trabajo de Haines y Ollerton [8] y de Halling [9]. La teoría era una aproximación del problema considerando que la superficie de contacto era elíptica, con una zona de adhesión y otra de deslizamiento, y considerando solo la existencia de fuerza tangencial longitudinal. El área de contacto fue dividida en franjas paralelas a la dirección de rodadura de modo que en cada franja se aplicaba la teoría de Carter. La teoría fue corroborada con ensayos experimentales empleando técnicas foto-elásticas que demostraron que la forma de la zona de la superficie de contacto con adhesión estaba muy próxima al valor que proporcionaba la teoría. Esta teoría es conocida como la teoría de franjas y se utiliza solamente en casos donde hay fuerzas tangenciales longitudinales.

Johnson y Vermeulen [10], desarrollaron en 1964 una teoría en la que también se consideraba que la superficie de contacto entre dos cuerpos era elíptica, con una región de adhesión y otra de deslizamiento, y que incluía fuerzas tangenciales transversales y de giro.

A partir de 1967 Kalker, y más tarde otros autores, desarrollaron distintas teorías dedicadas específicamente al análisis del contacto rueda-carril. Dichas teorías consideran que los dos cuerpos son de idénticas características elásticas y tienen un comportamiento hertziano por lo que se refiere a la distribución de fuerza normal. Ello permite dividir el estudio del contacto en dos problemas independientes: el problema relacionado con la descripción de la fuerza normal, el denominado problema normal, y el problema relacionado con la descripción de las fuerzas tangenciales, el denominado problema tangencial.

A continuación se describen la teoría de Hertz, relacionada con el problema normal, y las teorías de Johnson y Vermeulen, así como las de Kalker, relacionadas con el problema tangencial.

### **2.2.1. *La teoría de Hertz***

Se trata de la primera teoría de contacto formulada y se aplica a sólidos tridimensionales perfectamente elásticos y lisos que contacten en un punto o a lo largo de un segmento. Por tanto no contempla la presencia de fuerzas de fricción. La teoría de Hertz se basa en suponer pequeñas deformaciones elásticas debidas a la compresión. La deformación elástica en la zona de contacto genera una superficie de contacto que se considera plana y elíptica. Resumiendo, la teoría de Hertz parte de las siguientes hipótesis:

- El comportamiento de los cuerpos que interaccionan es elástico.
- Las superficies de los cuerpos en la zona de contacto son lisas, continuas y derivables.
- Los radios de curvatura son significativamente mayores que las dimensiones del área de contacto, y además se mantienen constantes dentro de dicha área.
- No se contempla la presencia de fuerzas tangenciales en la superficie de contacto.

La figura 2.1 muestra la definición de los radios de curvatura implicados en el contacto rueda-carril.

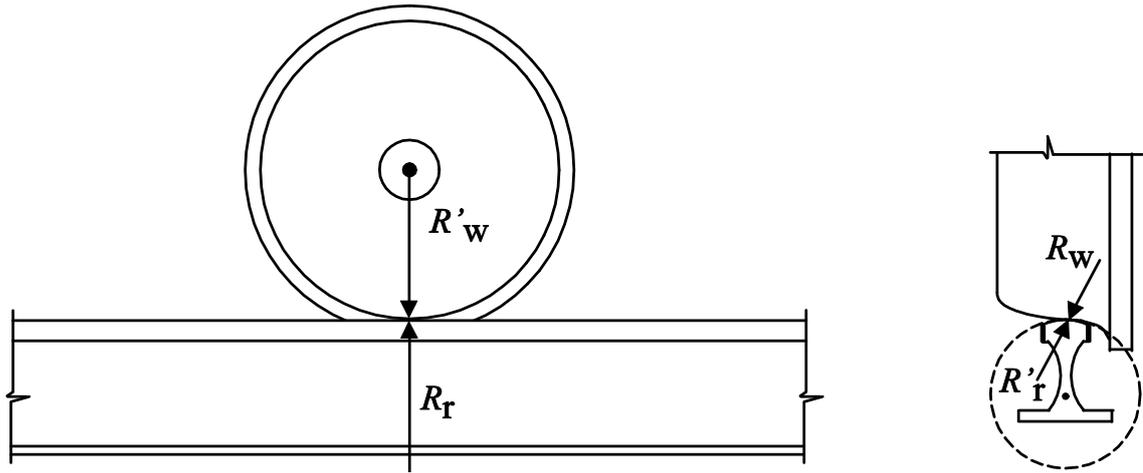


Figura 2.1 Radios de curvatura de la rueda y del carril

Resolviendo el problema elástico asociado al contacto, Hertz obtuvo la descripción de la fuerza normal y la forma y dimensiones de la zona de contacto [3]. Hertz llegó a la conclusión que la superficie de contacto entre dos cuerpos era elíptica de semiejes  $a$  y  $b$ :

$$a = m \left[ \frac{3N}{2} \frac{k_1 + k_2}{k_3} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2.1)$$

$$b = n \left[ \frac{3N}{2} \frac{k_1 + k_2}{k_3} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2.2)$$

Tal que:

$$k_1 = \frac{1 - \nu_w^2}{E_w} \quad ; \quad k_2 = \frac{1 - \nu_r^2}{E_r} \quad (2.3)$$

$$k_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_w} + \frac{1}{R'_w} + \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R'_r} \right) \quad (2.4)$$

Donde:

$N$  es la fuerza normal total aplicada en la zona de contacto.

$R_w$  es el radio de curvatura principal máximo de la rueda en el punto de contacto.

$R'_w$  es el radio de curvatura principal mínimo de la rueda en el punto de contacto.

$R_r$  es el radio de curvatura principal máximo del carril en el punto de contacto.

$R'_r$  es el radio de curvatura principal mínimo del carril en el punto de contacto.

$\nu_w$ ,  $\nu_r$  son los coeficientes de Poisson de la rueda y del carril, respectivamente.

$E_w$ ,  $E_r$  son los módulos de Young de la rueda y del carril, respectivamente.

Los valores de  $m$  y  $n$  dependen del valor del ángulo  $\psi$  y sus valores se obtienen de la tabla 2.1, tal que:

$$\psi = \arccos\left(\frac{k_4}{k_3}\right) \quad (2.5)$$

y

$$k_4 = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{R_w} - \frac{1}{R'_w} \right)^2 + \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{R'_T} \right)^2 + 2 \left( \frac{1}{R_w} - \frac{1}{R'_w} \right) \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{R'_T} \right) \cos(2\vartheta) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

Donde  $\vartheta$  es el ángulo que forman los planos normales al plano tangente que contienen las curvaturas principales máximas o mínimas.

*Tabla 2.1 Valores de m y n en función de  $\psi$*

| $\psi$ (°) | $m$      | $n$   |
|------------|----------|-------|
| 0          | $\infty$ | 0     |
| 10         | 6,612    | 0,319 |
| 20         | 3,778    | 0,408 |
| 30         | 2,731    | 0,493 |
| 40         | 2,136    | 0,567 |
| 50         | 1,754    | 0,641 |
| 60         | 1,486    | 0,717 |
| 70         | 1,284    | 0,802 |
| 80         | 1,128    | 0,893 |
| 90         | 1        | 1     |

Según Hertz, la distribución de presiones en la superficie elíptica de contacto venía dada por la siguiente expresión:

$$P(x, y) = P_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad \text{donde } P_0 = \frac{3N}{2\pi ab} \quad (2.7)$$

Sabiendo que la distribución de presión en la superficie de contacto es semielipsoidal y el volumen de un elipsoide se puede calcular la carga total normal en función de la presión máxima.

### ***2.2.2. Concepto del pseudodeslizamiento***

El movimiento relativo entre dos cuerpos, según la hipótesis de sólido rígido y la aplicación del modelo de rozamiento seco de Coulomb está clasificado en dos tipos:

- Rodadura pura sin deslizamiento.
- Deslizamiento puro. En este tipo de movimiento la fuerza tangencial entre los dos cuerpos alcanza el límite de fricción. Por debajo de este límite no se produce deslizamiento.

Sin embargo, diferentes estudios han descubierto un estado intermedio donde la elasticidad de los dos cuerpos, que están en contacto, permite dividir la zona de contacto en una zona de adhesión y en una zona de deslizamiento (figura 2.2). De tal manera que, por debajo del valor límite de fricción, existe una cantidad finita de deslizamiento entre los dos cuerpos denominado pseudodeslizamiento (figura 2.3).

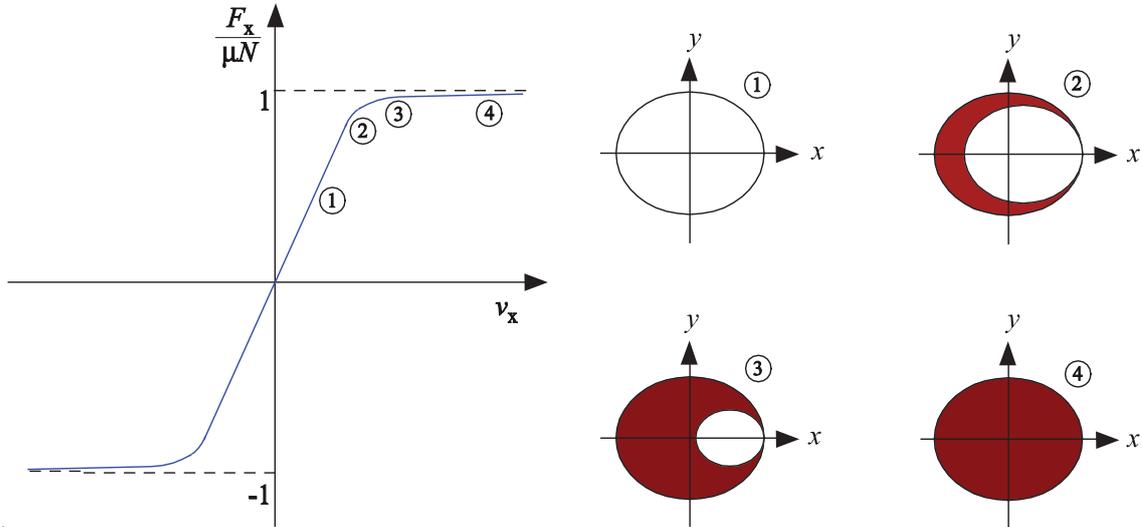


Figura 2.2. Area elíptica de deslizamiento y adhesión.

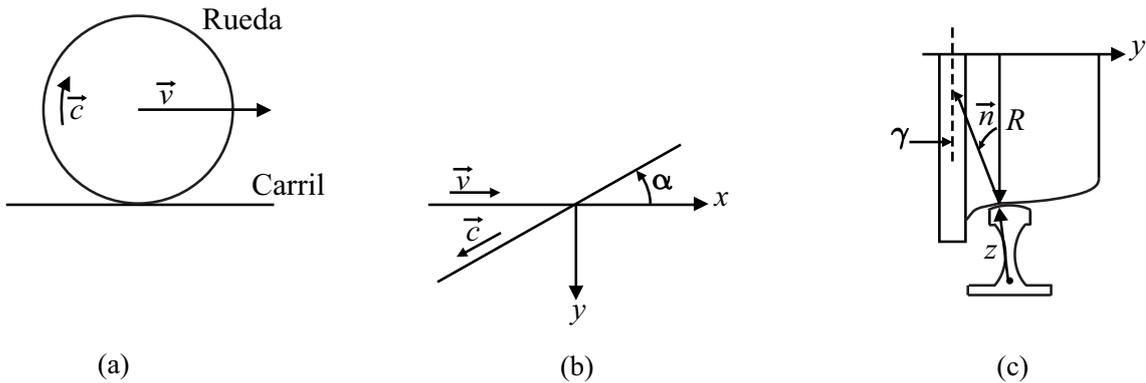


Figura 2.3 a. Pseudodeslizamiento longitudinal. b. Pseudodeslizamiento lateral. c. Pseudodeslizamiento de pivotamiento.

Los valores de los pseudodeslizamientos longitudinal, lateral y de pivotamiento para el caso del contacto rueda-carril, se calculan a partir de las siguientes expresiones:

$$\xi_x = \frac{\text{Velocidad longitudinal real} - \text{Velocidad longitudinal de rodadura pura}}{\text{Velocidad longitudinal debida a la rodadura pura}} \quad (2.8)$$

$$\xi_y = \frac{\text{Velocidad lateral real} - \text{Velocidad lateral de rodadura pura}}{\text{Velocidad lateral debida a la rodadura pura}} \quad (2.9)$$

El pseudodeslizamiento de giro tiene dimensiones de  $L^{-1}$ .

$$\psi = \frac{\text{Velocidad angular del cuerpo superior} - \text{Velocidad angular del cuerpo inferior}}{\text{Velocidad debida a la rodadura pura}} \quad (2.10)$$

### 2.2.3. La Teoría de Johnson y Vermeulen

En 1958 Johnson desarrolló una teoría tridimensional que analizaba el caso de dos esferas rodando una sobre otra. La superficie de contacto resultante era circular en vez de rectangular que es como la consideró Carter. Además, tuvo en cuenta los pseudodeslizamientos longitudinal y transversal, pero no incluyó la influencia del pseudo-deslizamiento de giro.

Esa teoría, fue extendida por Johnson y Vermeulen en 1964 para un espacio en forma elíptica [10], tal como se muestra en la figura 2.4.

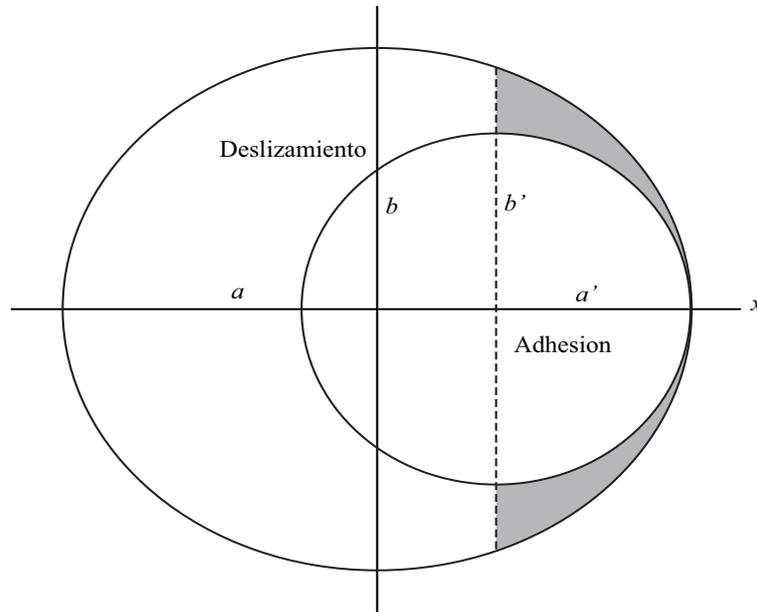


Figura 2.4. Elipse de adhesión y deslizamiento según Johnson & Vermeulen

La superficie de contacto estaba dividida asimétricamente en dos regiones distintas: una zona de adhesión y otra de deslizamiento con formas elípticas cada una. Además, se consideró que el eje axial de la elipse de la zona de adhesión coincidía con el eje axial de la elipse de contacto, y que ambas elipses se tocaban en su punto más extremo.

### 2.2.4. La teoría lineal de Kalker

Kalker [11], desarrolló una teoría en la que consideraba que la relación entre las fuerzas de contacto tangenciales y los pseudodeslizamientos era lineal. Las relaciones que Kalker establece para las fuerzas de contacto son:

$$F_x = f_{11} \xi_x \quad (2.11)$$

$$F_y = f_{22} \xi_y + f_{23} \psi \quad (2.12)$$

$$M_z = f_{32} \xi_y + f_{33} \psi \quad (2.13)$$

Donde:

$F_x$  es la fuerza debida al pseudodeslizamiento longitudinal.

$F_y$  es la fuerza debida al pseudodeslizamiento lateral.

$M_z$  es el momento debido al pseudodeslizamiento de giro.

$\xi_x$  es el pseudodeslizamiento longitudinal.

$\xi_y$  es el pseudodeslizamiento lateral.

$\psi$  es el pseudodeslizamiento de giro.

$f_{11}, f_{22}, f_{23}, f_{32}$  y  $f_{33}$  son los coeficientes de pseudodeslizamiento definidos como:

$$f_{11} = -(ab)GC_{11} \quad (2.14)$$

$$f_{22} = -(ab)GC_{22} \quad (2.15)$$

$$f_{23} = -f_{32} = -(ab)^{\frac{3}{2}}GC_{23} \quad (2.16)$$

$$f_{33} = -(ab)^2GC_{33} \quad (2.17)$$

Sabiendo que  $a$  y  $b$  son los semiejes de la elipse de contacto;  $a$  es el semieje en la dirección longitudinal y  $b$  en la dirección transversal.

$G$  es el modulo de elasticidad transversal combinado para los materiales de la rueda y el carril.

$$G = \frac{2G_w G_r}{G_w + G_r} \quad (2.18)$$

$C_{11}, C_{22}, C_{23}$  y  $C_{33}$  son los coeficientes de deslizamiento y de giro cuyos valores están tabulados [12], y dependen únicamente del módulo de rigidez ( $G$ ) y del coeficiente de poisson ( $\nu$ ) combinados para los materiales de la rueda y el carril:

$$\nu = \frac{G(G_w \nu_r + G_r \nu_w)}{2G_w G_r} \quad (2.19)$$

$G_w$  es el módulo de rigidez del material de la rueda.

$G_r$  es el módulo de rigidez del material del carril.

$\nu_w$  es el coeficiente de poisson del material de la rueda.

$\nu_r$  es el coeficiente de poisson del material del carril.

Esta teoría solo es válida cuando se puede suponer que el área de adhesión cubre toda la zona de contacto, es decir que los pseudodeslizamientos longitudinal, lateral y de giro son muy pequeños. Es la zona de comportamiento lineal que se puede visualizar en la figura 2.2.

### **2.2.5. La teoría simplificada de Kalker**

Esta teoría considera la influencia del pseudodeslizamiento longitudinal, lateral y de giro en la modelización de la fuerza de contacto, y debido a que tiene en cuenta que los cuerpos en contacto son casi idénticos, el problema del contacto rueda-carril está dividido en dos partes: en el problema normal se utiliza la teoría de Hertz y en el problema tangencial se emplea la teoría simplificada de Kalker.

Kalker consideró que la rueda y el carril eran dos cuerpos rígidos y a fin de determinar las fuerzas tangenciales inducidas por sus deslizamientos, el contacto está dividido en bandas paralelas e independientes orientadas en paralelo al sentido de circulación del vehículo. Cada banda está modelizada por un conjunto de tres muelles ortogonales donde los coeficientes de deslizamiento de Kalker ( $C_{ij}$ ) son constantes en cualquier punto de la superficie de contacto.

Las fuerzas tangenciales se expresan en función de los pseudodeslizamientos y son:

$$F_x = -\frac{8a^2b}{3L_1}\xi_x \quad (2.20)$$

$$F_y = -\frac{8a^2b}{3L_2}\xi_y - \frac{\pi a^3b}{L_3}\psi \quad (2.21)$$

Donde los coeficientes  $L_1, L_2$  y  $L_3$  están identificados según estas expresiones:

$$\xi_x : L_1 = \frac{8a}{3C_{11}G}, \quad \xi_y : L_2 = \frac{8a}{3C_{22}G}, \quad \text{y } \psi : L_3 = \frac{\pi a\sqrt{ab}}{4C_{23}G}$$

La teoría simplificada presenta inconvenientes; por ejemplo, el contacto se considera estacionario, lo que hace imposible estudiar el comportamiento de los fenómenos transitorios que son frecuentes en la dinámica ferroviaria. A pesar de sus inconvenientes, la teoría simplificada de Kalker, vía su algoritmo "Fastsim" [13] se utiliza en la mayoría de los programas informáticos de la dinámica ferroviaria actual.

### **2.2.6. La teoría exacta de Kalker**

La tercera teoría de Kalker es la teoría exacta [14, 15]. El contacto no es hertziano y la superficie de contacto ya no es elíptica. La zona potencial de contacto se considera dividida en mallas elementales rectangulares, donde en ellas las fuerzas normales y tangenciales se resuelven por un esquema iterativo basado en una aproximación energética del problema. La hipótesis de separar el problema tangencial del normal, utilizada en las dos teorías precedentes, ya no es válida en esta teoría. La teoría exacta prácticamente no se utiliza en los programas informáticos de la dinámica ferroviaria porque su aplicación vía el programa "Contact", requiere mucho tiempo y coste computacional. Por otra parte, como se considera que el material es elástico lineal, esta teoría no permite estudiar los fenómenos de desgaste.

---

## **2.3. MODELIZACIÓN DE LA FUERZA DE CONTACTO**

En el estudio del contacto rueda-carril se han propuesto varios modelos para la determinación de la fuerza de contacto en la dirección normal al plano de contacto, que es la que más interesa considerar en un modelo de generación de vibraciones. Diversos autores han adoptado una de las tres teorías que se describirán en este apartado para el cálculo de la fuerza normal que se genera debida a la interacción rueda-carril.

En la teoría no lineal de Hertz [16, 17, 18], la fuerza de contacto  $F(t)$  se relaciona con la deformación conjunta delta  $\delta(t)$  de la rueda y del carril en el punto teórico de contacto.

$$F(t) = k_H [\delta(t)]^{\frac{3}{2}} \quad (2.22)$$

Donde  $k_H$  es la constante de rigidez del muelle que depende de la geometría del contacto y de las características elásticas de los materiales. La figura 2.5 muestra la zona donde actúa la constante de rigidez  $k_H$  y la posición de la fuerza de contacto.

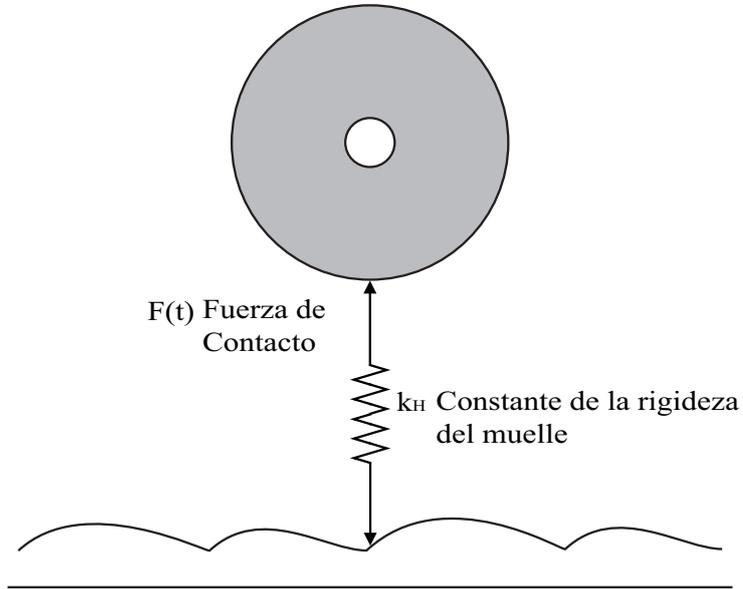


Figura 2.5. Modelo de contacto rueda-carril.

La deformación conjunta  $\delta$  depende del desplazamiento vertical del carril  $y_r$ , de  $y_w$  el desplazamiento vertical de la rueda, de  $r$  el radio de la rueda y de  $\varepsilon$  la irregularidad conjunta de los perfiles de rueda y carril, positiva si la irregularidad va hacia el centro de la rueda y negativa si va hacia fuera.

$$F(t) = \begin{cases} k_H \delta(t)^{3/2} & \text{cuando } \delta(t) = y_r(t) - y_w(t) + r - \varepsilon(t) > 0 \\ 0 & \text{cuando } \delta(t) = y_r(t) - y_w(t) + r - \varepsilon(t) \leq 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

La figura 2.6 precisa los signos utilizados en la ecuación anterior para determinar la deformación conjunta rueda carril y la orientación del perfil de irregularidad.

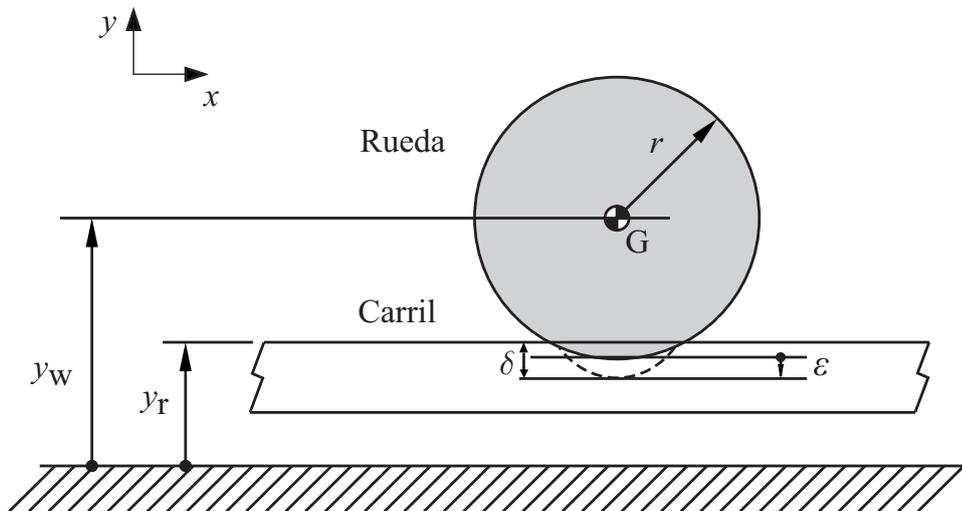


Figura 2.6 Situación de las coordenadas de desplazamiento vertical de rueda-carril en contacto.

En la teoría de Boussinesq las superficies de la rueda y del carril se consideran subespacios elásticos infinitos ya que el área de contacto es muy pequeña en comparación con las dimensiones de los dos sólidos y con los radios de curvatura de las superficies en contacto.

La deformación en un punto de la superficie de un subespacio elástico producida por una fuerza puntual normal es de acuerdo con la teoría de Boussinesq, inversamente proporcional a la distancia entre el punto y el punto de aplicación de la fuerza [19, 20, 21].

Por lo tanto, si se aplica el principio de superposición, la deformación  $U(x, y)$  en un punto del área de contacto rueda-carril, viene dada por la siguiente integral:

$$U(x, y) = \iint_{\substack{\text{Area de} \\ \text{Contacto}}} \frac{p(\xi, \eta)(1-\nu^2)}{\pi E \sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2}} d\xi d\eta \quad (2.24)$$

Donde  $p(\xi, \eta)$  representa la distribución de presión,  $E$  es el modulo de Young y  $\nu$  es el coeficiente de Poisson del acero, dado que los dos elementos en contacto son del mismo material. Si la superficie de integración rueda-carril se divide en celdas de una forma determinada y se supone que la distribución de fuerzas que actúa sobre cada celda es conocida (fuerza concentrada en el centro de la celda en la figura 2.7), la expresión del desplazamiento de la rueda y del carril  $U_i$  en el punto central de la celda  $i$  es:

$$U_i = \sum_j A_{ij} F_j \quad (2.25)$$

Donde  $i$  y  $j$  son índices que identifican las celdas,  $A$  es la matriz de coeficientes de influencia, que depende de la forma y de las dimensiones de las celdas y de la distribución de fuerzas sobre cada una de ellas y  $F_j$  es la fuerza que actúa sobre la celda  $j$ . La distribución de fuerzas en el área de contacto se puede encontrar invirtiendo la matriz de coeficientes de influencia:

$$\{F\} = [A]^{-1} \{U\} \quad (2.26)$$

La fuerza de contacto total se calcula sumando las fuerzas que actúan sobre cada celda.

$$F_{total} = \sum_i F_i \quad (2.27)$$

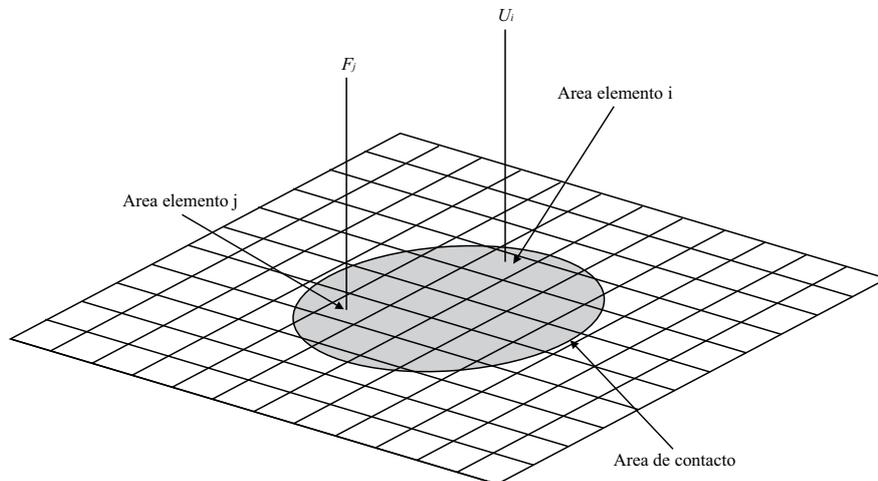


Figura 2.7 Geometría del procedimiento de la teoría de Boussinesq.

Aunque los resultados ofrecidos de la teoría de Boussinesq son coherentes, se ha llegado a la conclusión que este tipo de análisis se realiza con un coste computacional elevado, dado que el tiempo de cálculo de cada iteración es significativo. Por lo cual la utilización de la teoría no es la adecuada para la buena solución de un problema de contacto como el de la rueda-carril.

Otro procedimiento utilizado pocas veces para el análisis del contacto normal rueda-carril, es la metodología DPRS (Distributed Point Reacting spring) [20, 21], el contacto rueda-carril se modeliza como una serie de muelles de comportamiento no lineal, estos muelles son independientes entre sí y se distribuyen uniformemente en la zona de contacto, tal como se muestra en la figura 2.8. La fuerza que ejerce cada muelle se supone que es proporcional a la raíz cuadrada de la compresión.

En el caso de rueda y carril lisos se obtiene la distribución de presión en el área de contacto utilizando la teoría de Hertz, mientras que en el caso de que exista una irregularidad  $\varepsilon(x, y)$  en la superficie de la rueda, la fuerza de contacto rueda-carril se calculará con la fórmula siguiente:

$$F = \int_{\text{area de contacto}} dF \quad \begin{cases} dF = K_{\text{DPRS}} [U(x, y)]^{\frac{1}{2}} dx dy, & U > 0 \\ dF = 0, & U \leq 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

$$U(x, y) = \delta \left[ 1 - \frac{x^2}{2 \text{ radio rueda efectivo}} - \frac{y^2}{2 \text{ radio carril efectivo}} + \frac{\varepsilon(x, y)}{\delta} \right] \quad (2.29)$$

Donde  $U$  es la deformación conjunta de la rueda y del carril en un punto  $(x, y)$  del área de contacto.  $\delta$  Es la deformación conjunta en el punto central del área de contacto. El valor de  $K_{\text{DPRS}}$  depende de los radios de curvatura de la rueda y del carril y puede variar.

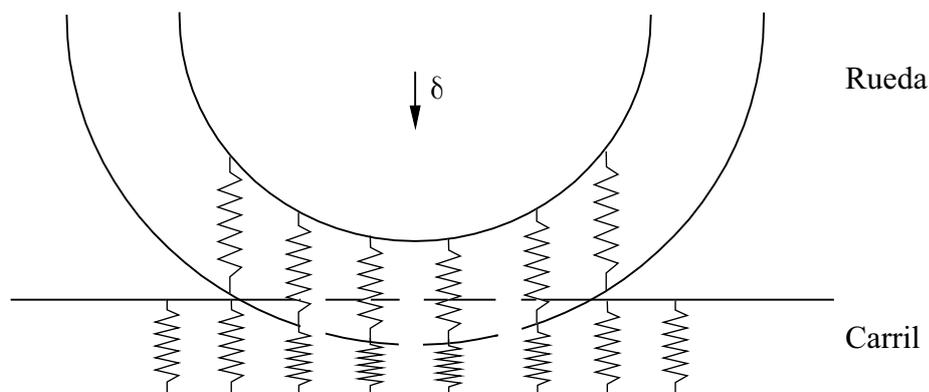


Figura 2.8 Modelo DPRS (Distributed Point Spring).

Se ha demostrado que la viabilidad de esta metodología es limitada [21], sabiendo que para el tipo de contacto normal ofrece conclusiones similares a las que se obtendrían aplicando la teoría no lineal de Hertz. Mientras que, si la amplitud de la irregularidad es del mismo orden que la geometría de contacto rueda-carril, este método presentaría resultados incoherentes.

En estudios más recientes [22, 23, 24, 25], se han utilizado métodos numéricos para calcular las fuerzas normales. En estos estudios se caracteriza el problema del contacto normal rueda-carril mediante modelos numéricos de contacto basados en elementos finitos, como alternativa al modelo que proporciona la teoría de Hertz. En el último apartado se expondrán algunos artículos que han hecho uso de la metodología de elementos finitos para el análisis del problema de interacción rueda-carril.

## 2.4. MODELIZACIÓN DE LA VÍA

Diversos autores se han centrado en el estudio de las vibraciones generadas en una vía ferroviaria al paso de un tren, y han presentado diferentes teorías y modelos analíticos [5, 18].

Dichos modelos suelen ser de media vía recta, considerando un solo carril en contacto con una rueda suspendida del bogie por medio de la suspensión primaria. Existen básicamente dos modelos [26], el modelo continuo y el modelo discreto de media vía, mostrados en la siguiente figura 2.9.

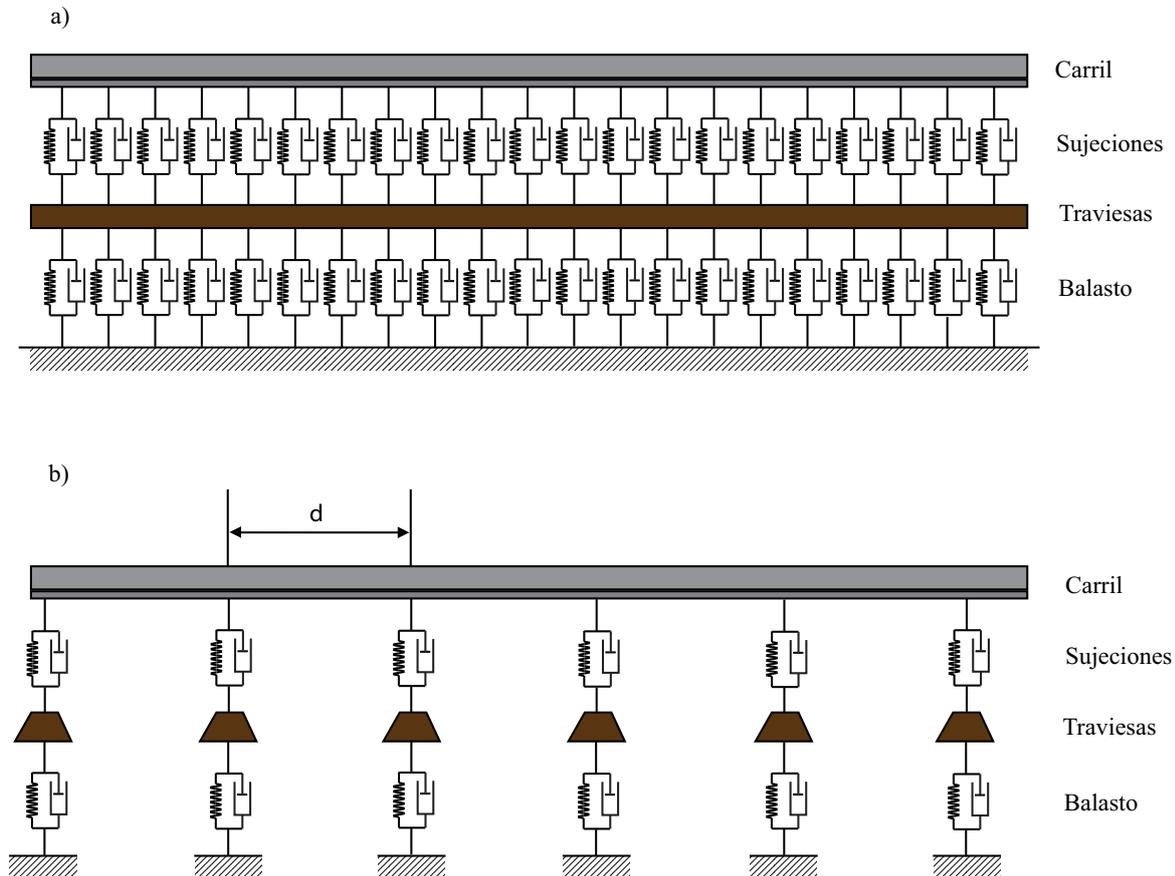


Figura 2.9 Modelo de media vía: a. Continuo con traviesas uniformemente distribuidas. b. Discontinuo con traviesas discretas.

El modelo continuo considera los parámetros de vía, rigidez de las fijaciones, amortiguamiento, masa de las traviesas, etc., distribuidos a lo largo de la misma, a modo de capas de rigidez, amortiguamiento o masa según sea el caso; por el contrario el modelo discreto considera el carril soportado por elementos individuales que representan las fijaciones elásticas, las traviesas y el balasto, lo que permite modelizar el efecto de la distancia entre fijaciones o traviesas en el comportamiento de la vía.

En ambos casos el carril se modeliza como una viga infinita de Euler [4, 5, 27, 28] o de Timoshenko [29, 30]. Hay una diferencia entre las características dinámicas de las vigas de Euler y de Timoshenko en una gama de alta frecuencia. Cai investigó detalladamente las características dinámicas de un modelo de vía donde los carriles fueron reemplazados por las vigas de Euler y Timoshenko [31]. Se demostró que no hay diferencias apreciables entre los dos modelos si la frecuencia no supera los 800 Hz.

En la tesis de Otero [2] se analiza la vía mediante dos modelos diferenciados, uno con traviesas uniformemente distribuidas en la dirección del carril y otro con traviesas discretas, basándose en el trabajo de Martínez, de los Santos, Cardona [5, 32]. En dicho trabajo se demuestra que no hay diferencias importantes en los resultados al utilizar la

viga de Timoshenko o la de Euler en una modelización continua del carril donde la frecuencia de interés no supera los 400Hz. De hecho, según Euler la ecuación de movimiento del carril es la siguiente:

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} - P(x,t) = -F(t) \delta(x-vt) \quad (2.30)$$

Siendo  $E$  el módulo de Young del carril,  $I$  el momento de área de la sección del carril,  $S$  el área de sección del carril,  $\rho$  la densidad del carril,  $v$  la velocidad de desplazamiento del ferrocarril,  $x$  la coordenada longitudinal,  $y$  la deflexión vertical del carril,  $F$  la fuerza de excitación aplicada sobre el carril,  $P$  la fuerza por unidad de longitud que el carril recibe en su base y  $\delta$  la función impulso de Dirac.

En el caso de emplear la viga de Timoshenko, la ecuación del movimiento del carril es:

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} - \rho I \left( 1 + \frac{E}{KG} \right) \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{KG} \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial t^4} \\ - P(x,t) - \frac{\rho I}{KGS} \frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial t^2} + \frac{EI}{KGS} \frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2} = -F(t) \delta(x-vt) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Donde  $E$ ,  $\rho$ ,  $S$ ,  $v$  y  $P$  son los mismos parámetros que en la ecuación anterior de Euler.  $G$  es el modulo de elasticidad transversal y  $K$  es el factor de forma de la sección del carril.

Los modelos analíticos de media vía, si bien han sido ampliamente utilizados, presentan el inconveniente de no considerar factores que afectan al mecanismo de generación de vibraciones como son la rigidez de las traviesas, la rigidez distribuida del balasto, o la transmisión de vibraciones entre ambos carriles a través de la superestructura de la vía. En el último apartado se citarán algunos artículos que modelizan la vía ferroviaria utilizando el método de elementos finitos a través de modelos numéricos.

## 2.5. RECEPTANCIA DE LA VÍA

La receptancia vertical del carril es una función que relaciona el desplazamiento vertical de un punto del carril con la fuerza armónica vertical aplicada sobre el mismo punto, o un punto distinto, para cada frecuencia  $f$ . La receptancia en función de la frecuencia se describe mediante la siguiente expresión:

$$R(f, x) = \frac{y_r(f, x)}{F} \quad (2.32)$$

$$\text{Con} \quad F(f) = F e^{j2\pi ft} \quad ; \quad y_r(f) = y_r e^{j(2\pi ft + \varphi)}$$

Donde  $y_r$  es la amplitud del desplazamiento vertical del carril,  $F$  es la amplitud de la fuerza armónica aplicada al carril y  $\varphi$  es la fase de la receptancia. La receptancia describe totalmente el comportamiento vibratorio de la vía en dirección vertical.

El análisis dinámico del carril bajo una carga móvil ha sido estudiado por varios investigadores. En la práctica se utilizan varios modelos para la solución del problema [2, 5, 30]

Un método de cálculo de la respuesta dinámica de la vía es el planteado por Martínez, de los Santos y Cardona [5, 32], que se basa en la formulación de la integral de convolución de núcleo variable, según la ecuación siguiente:

$$y_r(t) = \int_0^t F(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (2.33)$$

Donde  $y_r$  es el desplazamiento vertical del carril,  $F$  es la fuerza que se desplaza sobre el carril, y  $h$  la respuesta impulsional de la vía obtenida a partir de la receptancia cruzada entre el punto donde se aplica la fuerza  $F$  y el punto donde se considera el desplazamiento  $y_r$  del carril.

La respuesta impulsional es el núcleo de la convolución y es variable, ya que la rueda se mueve a lo largo del tiempo sobre el carril y la distancia del punto de aplicación de la fuerza al punto donde se calcula el desplazamiento del carril varía en función del tiempo. Es por eso que, a medida que la fuerza se desplaza sobre el carril, cambia la receptancia en el punto de medida y por tanto la respuesta impulsional. Así, a la convolución presentada de esta forma se la denomina convolución de núcleo variable.

Algunos autores [33, 34, 35], han determinado la respuesta dinámica de la vía utilizando métodos numéricos, y en estos últimos años, se ha utilizado el método de elementos finitos para la solución del problema dinámico. Se han desarrollado modelos que permiten obtener una respuesta dinámica detallada de la estructura estudiada. En el último apartado de este capítulo, se presentarán diversos trabajos que tratan sobre este tema.

---

## **2.6. MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS**

El método de elementos finitos se trata de un método general para la solución de problemas de contorno gobernados por ecuaciones diferenciales. En esencia se trata de una técnica que sustituye el problema diferencial por otro algebraico equivalente, para el cual se conocen técnicas generales de resolución. Para ello hace uso de la "discretización" o subdivisión de una región sobre la cual están definidas las ecuaciones en formas geométricas simples denominadas elementos finitos. Las propiedades materiales y relaciones gobernantes en estos elementos se expresan en función de las coordenadas de los nodos usualmente situados en las esquinas de los elementos (figura 2.10).

Una de las ventajas de este método es su facilidad de implementación en un programa computacional, que a su vez es una condición básica para su utilización ya que para el tratamiento de un problema en particular debe efectuarse un número muy elevado de operaciones para resolver sistemas del orden de cientos o miles de ecuaciones. No obstante, esta cantidad no es una limitación con las computadoras estándar de hoy.

Las ideas básicas de este método se originaron en avances en el análisis estructural de la industria aeronáutica en la década de los 50. En la década de los 60 el método fue generalizado para la solución aproximada de problemas de análisis de tensión, flujo de fluidos y transferencia de calor. El primer libro sobre elementos finitos fue publicado en 1967 por Zienkiewicz y Cheung. En los años 70 el método fue extendido al análisis de problemas no lineales de la mecánica del continuo. Hoy el método permite resolver prácticamente cualquier situación física que pueda formularse mediante un sistema de ecuaciones diferenciales.

En sus principios, el método de los elementos finitos no llegó masivamente a la práctica de la ingeniería debido a la no disponibilidad de computadoras en los estudios de ingeniería y por otro lado, al requisito de conocimientos profundos no solamente de la técnica y de los modelos matemáticos pertinentes sino también de programación computacional.

Actualmente, la situación es completamente diferente, ya que las modernas computadoras personales soportan sin inconvenientes poderosos programas de propósito general de fácil utilización. El proceso de análisis de un problema físico mediante elementos finitos se muestra en la figura 2.10. La geometría puede ser definida por el analista o creada a partir de algún programa CAD.

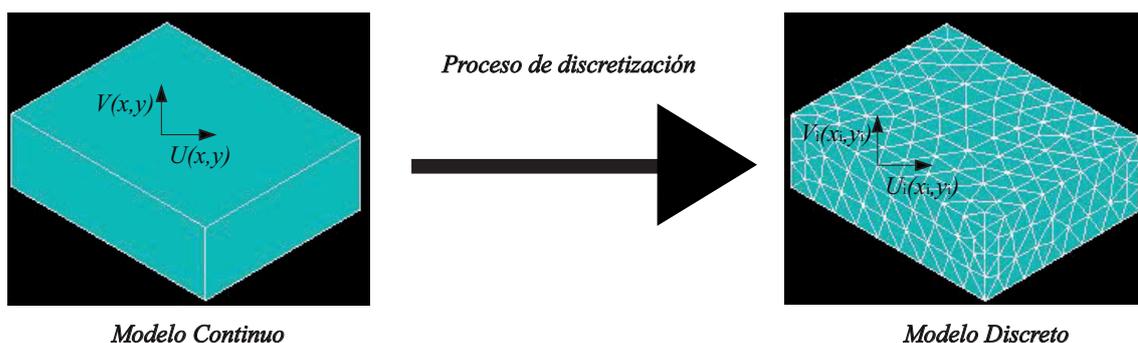


Figura 2.10 Ejemplo de discretización de un sistema continuo.

El segundo paso consiste en definir el modelo matemático a resolver. Este es el paso fundamental donde se especifica el tipo de ecuaciones a determinar, las condiciones de borde, propiedades materiales, y otros detalles acerca del método en sí mismo. Una vez efectuada dicha definición, el programa resuelve automáticamente las ecuaciones pertinentes y provee los resultados en una forma apropiada para el analista.

Muchos investigadores han hecho uso del método de elementos finitos para resolver problemas de la ingeniería ferroviaria. El método es particularmente indicado para geometrías complejas, y modelos de comportamiento complejo y no lineal. Desgraciadamente los cálculos pueden ser generalmente largos y de todas formas muy dependientes del número de grados de libertad (gdl). En el caso de sistemas de comportamiento elástico lineal o no-lineal, la ecuación dinámica en elementos finitos se establece discretizando la formulación variacional de Galerkin. Según el sistema siguiente:

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = F(t) \quad (2.34)$$

Siendo  $M$  la matriz de masa,  $C$  la matriz de amortiguamiento,  $K$  la matriz de rigidez,  $\ddot{u}$  la aceleración,  $\dot{u}$  la velocidad,  $u$  el desplazamiento y  $F$  la fuerza externa.

## 2.7. ANÁLISIS EN ELEMENTOS FINITOS DE PROBLEMAS EN EL ÁMBITO FERROVIARIO

Los pioneros en la exploración de las posibilidades del M.E.F han sido los investigadores en las ramas de la ingeniería civil que se interesaron en solucionar problemas relacionados con sus áreas de investigación. A continuación se presentará una visión sobre modelos basados en elementos finitos de varios problemas en el ámbito ferroviario.

Los métodos de elementos finitos y de diferencias finitas son clasificados como métodos numéricos, de hecho son convenientes para la modelización (idealización) de estructuras de vía, debido que permiten la posibilidad de introducir los elementos que conforman la superestructura y la infraestructura.

Además es posible considerar las diferentes características físicas y geométricas de los materiales que componen el sistema de vía, por lo que cualquier tipo de modelo numérico puede ser adecuado para los estudios de problemas de vía. Esta ventaja frente a los modelos analíticos y matemáticos, ha causado un gran progreso de modelizaciones bi y tridimensionales de dificultad creciente.

Inicialmente se desarrollaron modelizaciones bidimensionales que trataban algunos aspectos de la sección de la vía. A título de ejemplo, López Pita [36] desarrollo una modelización sobre la sección transversal del balasto para determinar que la heterogeneidad transversal del balasto afecta la deformabilidad elástica de la vía.

En la década de los 80 destacan los estudios realizados por Profillidis [37] donde se presenta un modelo tridimensional de la estructura de vía en el programa ROSALIE en dos versiones una elástica y otra elasto-plástica, estos estudios llegaron a demostrar

que la flexibilidad de la traviesa depende esencialmente de su naturaleza y de la calidad de la plataforma, este resultado y otras varias conclusiones fueron validados por extensas campañas de mediciones experimentales.

El aumento de la capacidad computacional de cálculo y por consiguiente la posibilidad de emplear un mayor número de elementos en la discretización del problema a resolver, permitió realizar modelos numéricos tridimensionales, aunque con pretensiones limitadas.

Uno de los notables modelos tridimensionales que se realizó, fue presentado en 1999 por Sahu [38], su estudio llegó a definir la influencia que tiene el espesor del subbalasto en el comportamiento global de la vía, siendo mucho más influyente el módulo de elasticidad de la plataforma que el del balasto y del sub-balasto.

Los modelos 2D destacan por una relativa baja potencia de cálculo necesaria para la simulación, debido al bajo número de grados de libertad que disponen. Esta particularidad los hace muy eficientes en análisis de zonas amplias de infraestructura o en análisis de sensibilidad cuando se trata de abordar análisis de diferentes variables. De hecho, es habitual que se coordinen los modelos bi y tridimensionales de forma que, a base de un reducido número de cálculos tridimensionales, se obtengan los parámetros necesarios que alimenten al modelo bidimensional que incorpora todos los aspectos esenciales del estudio, presentando un tiempo de computación muy inferior.

Una utilización de este procedimiento, fue presentado en un trabajo de González, Cuadrado y Romo [39], en este estudio se parte de un modelo tridimensional donde se incluyen varias formas de obras de fábrica, para analizar las variaciones de rigidez de vía, frente a cargas estáticas verticales.

Una vez obtenida la distribución de rigideces verticales, se introduce su variación en un modelo bidimensional de elementos finitos, con el que se obtiene las diferentes curvas de variación de rigidez global de carril, y las tensiones en la plataforma, en la figura 2.11 aparecen algunos de los modelos utilizados. Empleando la misma metodología que la modelización anterior, otros estudios incorporan la interacción tren-vía en el propio modelo mediante el empleo de elementos de contacto.

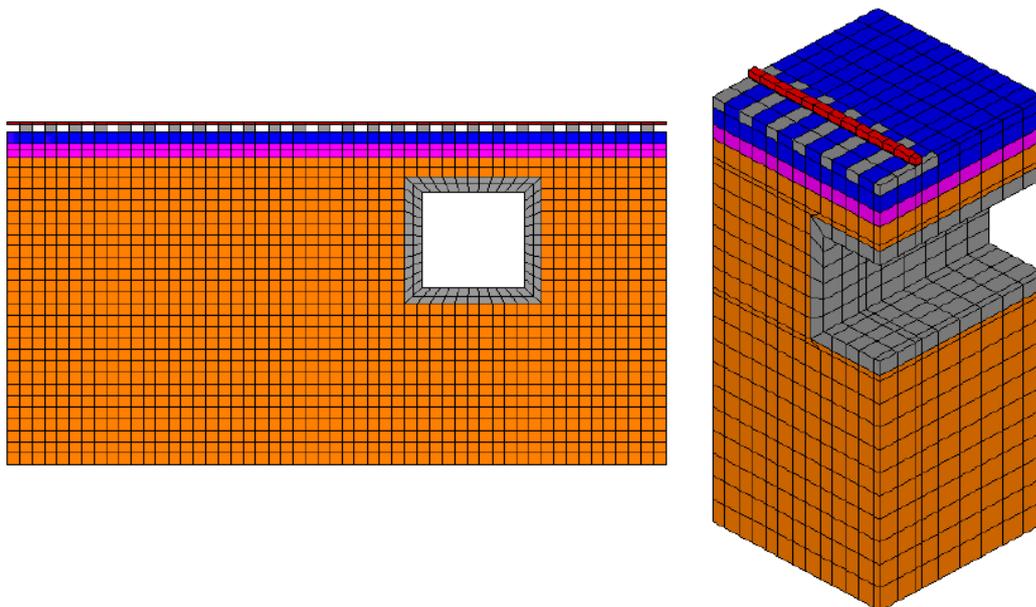


Figura 2.11 Modelos de elementos finitos 2D y 3D para el estudio de obras de fábrica embebidas en el cuerpo de terraplén. Fuente: González, Cuadrado y Romo [39].

Lundqvist, Larsson y Dahlberg publican en [40] y [41] un modelo similar al de la figura 2.12, para estudiar la variación de la rigidez global de la vía debido a la fuerza de contacto rueda-carril.

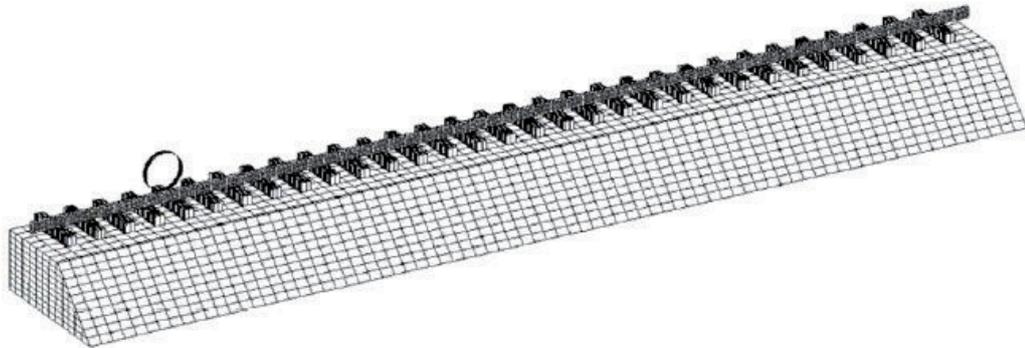


Figura 2.12 Carril sobre traviesas apoyadas sobre un cuerpo continuo en tres dimensiones. Fuente: Handbook of Railway vehicle dynamics [42].

Al-Saher, Merliot and Shmitt en [43], desarrollaron un programa de elementos finitos (CESAR) para hacer una comparación entre un modelo de vía a una escala real (figura 2.13) y un modelo de prueba a pequeña escala.

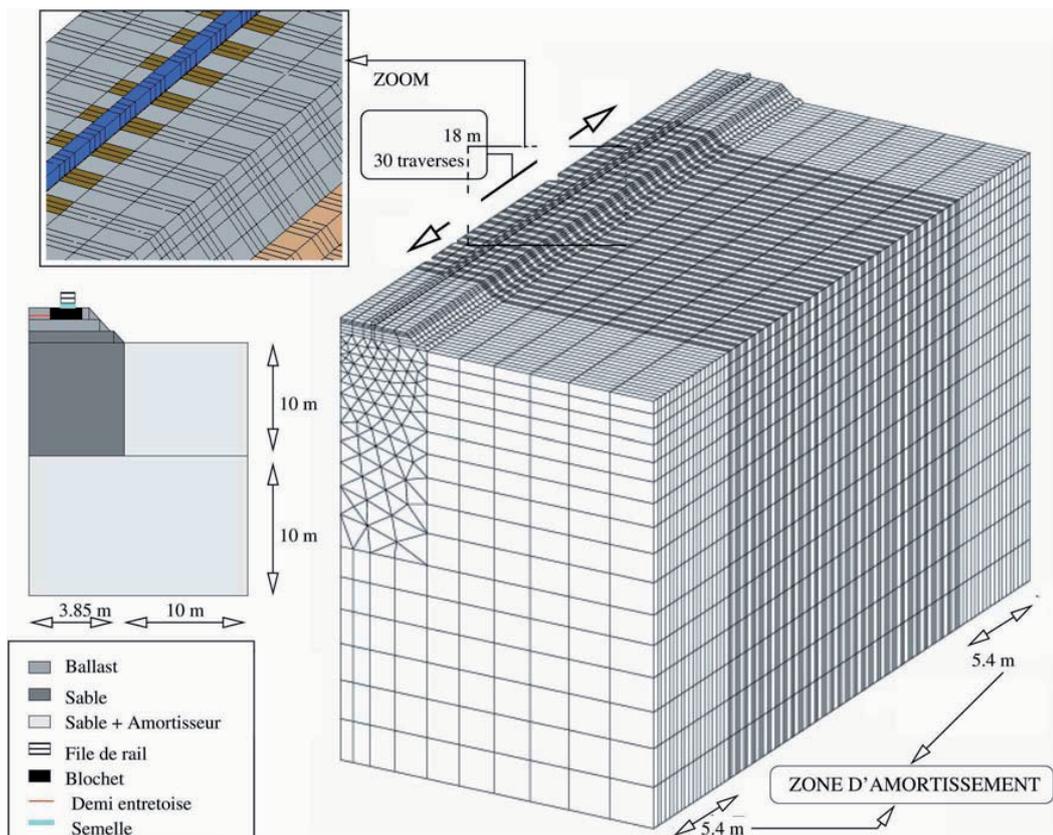


Figura 2.13 Mallado de la mitad de una vía férrea real (43646 nodos). Fuente: AL-Saher, Merliot y Shmitt [43].

La ventaja de esta comparación es comprobar si todavía se está en el mismo orden de magnitud de desplazamiento, de tensión y de aceleración del modelo de pequeña escala al modelo de escala real. Se llegó a tener resultados buenos sobre todo en la magnitud de aceleración que era muy similar en los dos modelos numéricos. Además cabe señalar

que este tipo de modelos permiten estudiar entre otras cosas la propagación de ondas en el terreno debidas a la circulación de vehículos ferroviarios.

En la bibliografía los trabajos e investigaciones dedicados a la generación y propagación de vibraciones abarcan diferentes tipos de modelos. En 2011 Arcos [44], en su tesis doctoral clasificó los modelos de propagación en tres tipos de modelos los analíticos, los semi-analíticos y los numéricos. A continuación se presentan algunos modelos de propagación que utilizaron modelos numéricos basados en elementos finitos.

Varios estudios se han centrado en construir modelos para la predicción de niveles vibratorios generados al paso de trenes, uno de los últimos trabajos en esta área de investigación se presentó en 2010 por la fundación CIDAUT y la empresa CECOR [45] que trata sobre el cálculo de la propagación de la energía vibratoria desde el tren hasta el usuario.

En las figuras 2.14, 2.15 y 2.16 se muestran los modelos utilizados para tres diferentes tipos de vía (en superficie, túnel, viaducto) con sus respectivos estratos de terreno.

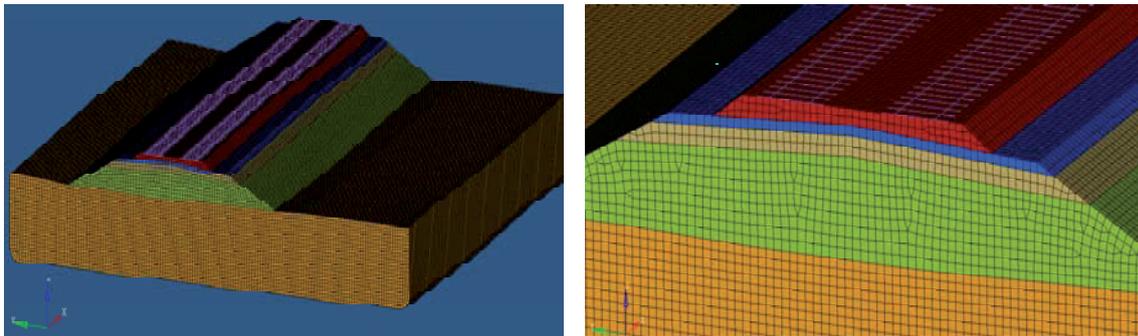


Figura 2.14 Modelo de elementos finitos para vía en superficie. Fuente: CIDAUT [45].

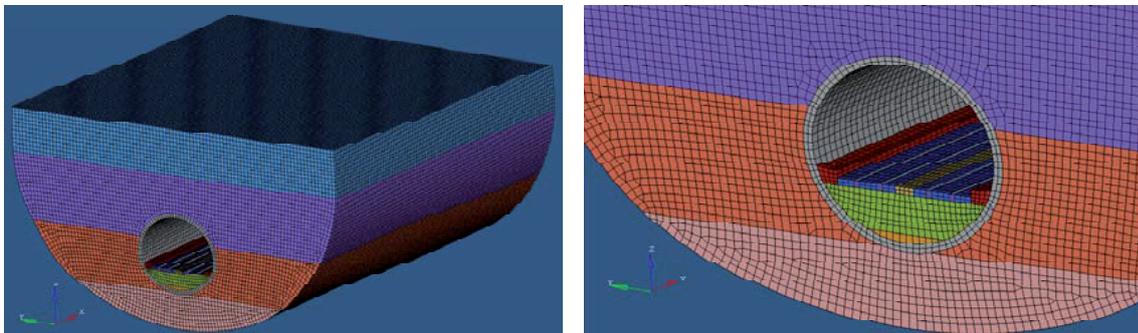


Figura 2.15 Modelo de elementos finitos para vía en túnel. Fuente: CIDAUT [45].

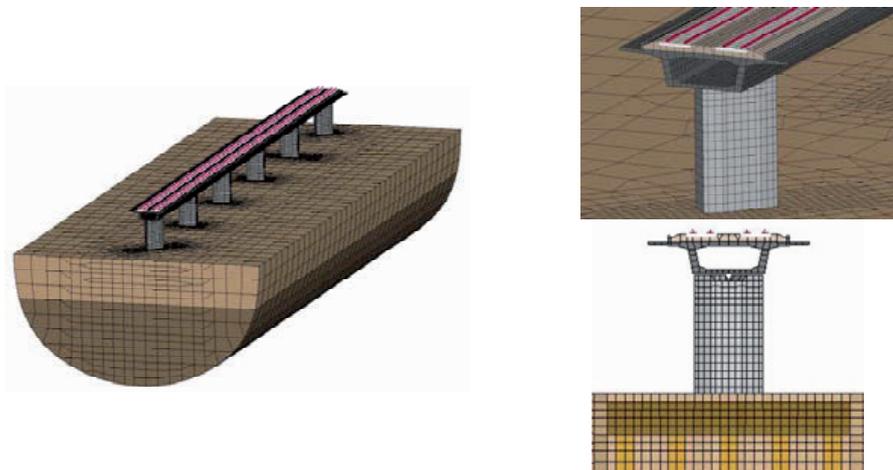


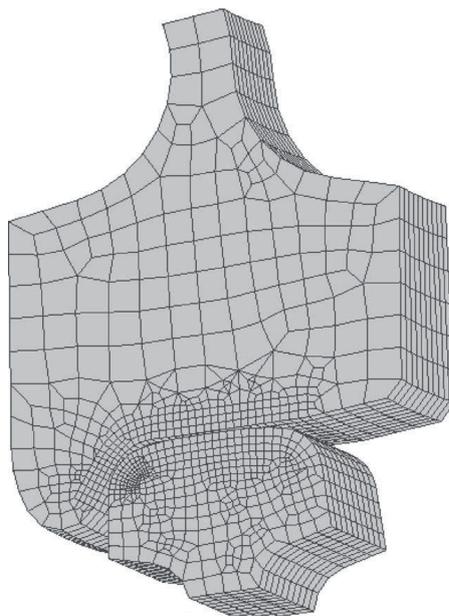
Figura 2.16 Modelo en elementos finitos en viaducto. Fuente: CIDAUT [45].

En este estudio los carriles y traviesas son modelados con elementos de tipo viga y el resto de componentes del sistema mediante elementos sólidos. Todos los cálculos se realizan en el dominio de la frecuencia, utilizando el método directo del software empleado.

El problema de análisis dinámico de estructuras bajo cargas móviles ha sido objeto de varios estudios especialmente en problemas de la ingeniería ferroviaria. En la literatura, se ha considerado varios modelos de vía como la vía de Euler-Bernulli [46] o bien la vía de Timoshenko [47,48] bajo una amplitud de carga móvil constante o variable. Para analizar las respuestas lineales de este problema, la mayoría de los trabajos utilizaron métodos analíticos o semi-analíticos, pero para la solución del problema teniendo en cuenta efectos no lineales, hay que recurrir a procedimientos numéricos tales como el análisis con elementos finitos.

Para el análisis de estructuras dinámicas bajo cargas móviles se debe realizar un análisis transitorio donde la carga varía con el tiempo y el espacio. Haciendo uso del método de elementos finitos para resolver dichos problemas, a menudo no es recomendable utilizar un mallado muy fino ya que ello implica un tiempo de cálculo excesivo con las herramientas informáticas usuales [49, 50].

Diferentes centros de investigación, así como universidades [51, 52, 53] han aplicado el método de elementos finitos para el análisis de la interacción rueda-carril así como técnicas de optimización para el diseño de nuevos perfiles de ruedas y carriles más adecuados para reducir la fatiga superficial y el desgaste. Sladkouski [54] presentó una técnica a base del MEF para solucionar el problema del contacto.



*Figura 2.17 Modelo en elementos finitos del contacto de interacción rueda-carril.  
Fuente: Sladkouski [54].*

Para la solución del problema especificado, el modelado geométrico se llevó a cabo en un entorno CAD. La geometría fue importada a un código EF. La discretización de los elementos en contacto se llevó a cabo en un modo semiautomático, tal como se puede ver en la figura 2.17, que representa el mallado del modelo de contacto rueda-carril.

Como resultado de la investigación, las distribuciones de las tensiones en las zonas de contacto para varios perfiles de ruedas y carriles han sido determinadas. Los resultados de estas últimas investigaciones han sido usados como base para el desarrollo de nuevos perfiles de ruedas y carriles. En particular, nuevos diseños de carriles han sido desarrollados y testados en redes ferroviarias (países como Ucrania).

Recientemente en 2011, Blanco-Lorenzo [55] analizó y comparó el comportamiento dinámico de una vía con balasto y tres tipos de vía en placa, mediante un modelo dinámico completo del sistema ferroviario tren-vía, este último fue generado gracias a dos programas comerciales de análisis: el software SIMPACK para el sistema multicuerpo (MBS) y el programa comercial Nastran que utiliza el método de elementos finitos.

El uso de un software comercial (MBS) hace que sea posible incluir, de una manera fiable, los modelos de contacto no lineal rueda-carril, así como elementos complejos o bien uniones en el modelo del vehículo, mientras que el método de elementos finitos tiene en cuenta la flexibilidad del carril y la losa. Como resultado, se obtiene un modelo de vehículo-vía a través de la combinación del sistema multicuerpo con el método de elementos finitos, finalmente el modelo completo está integrado en el software SIMPACK (MBS), que permite el estudio del problema dinámico en un amplio rango de frecuencias.

En los últimos años algunos autores se interesaron en desarrollar modelos numéricos para predecir las vibraciones que inducen los trenes de alta velocidad.

Galvín y Domínguez presentaron un modelo numérico para la predicción del nivel de vibraciones inducidas por cargas móviles en el suelo y en estructuras cercanas a la vía, considerando el comportamiento viscoelástico del suelo. El modelo se basa en un método analítico para caracterizar la carga transmitida por el tren al suelo a través de las traviesas. El estudio de la propagación de ondas en el suelo lo realiza en el dominio del tiempo [56]. El comportamiento de la superestructura se introduce mediante el método de los elementos finitos [57] y el suelo se modeliza como un espacio seminfinito homogéneo empleando el método de los elementos de contorno [58]

En la figura 2.18 se observa el mallado de la vía y de la superficie del suelo en las proximidades de la vía ferroviaria. El modelo presentado es validado con medidas experimentales, unas obtenidas de la literatura y otras realizadas por los autores.

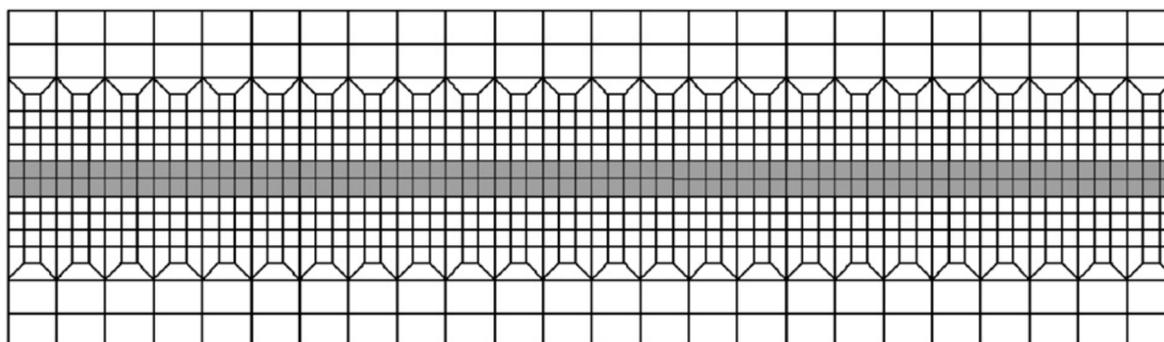


Figura 2.18 Discretización de la vía y la superficie del suelo en las proximidades de la vía. Fuente Galvín y Domínguez [62].

Un tratamiento más extenso del modelo se puede encontrar en las referencias [59 a 62]. En su tesis [63] presenta una revisión muy completa de los modelos utilizados para el estudio de las vibraciones producidas por trenes de alta velocidad.

Chebli, Clouteau y Schmitt [64]. Presentaron un modelo periódico en 3D que utiliza la combinación del método de elementos finitos y el método de elementos de contorno (FEM/BEM) este modelo considera que la infraestructura es periódica y homogénea en la dirección transversal de la vía. El método se basa en la división de la infraestructura de la vía férrea en celdas 3D exactamente iguales (figura 2.19). Estas celdas periódicas se combinan mediante un acoplamiento de FEM / BEM, y la teoría de Floquet [65] se utiliza más tarde para obtener la respuesta total del sistema.

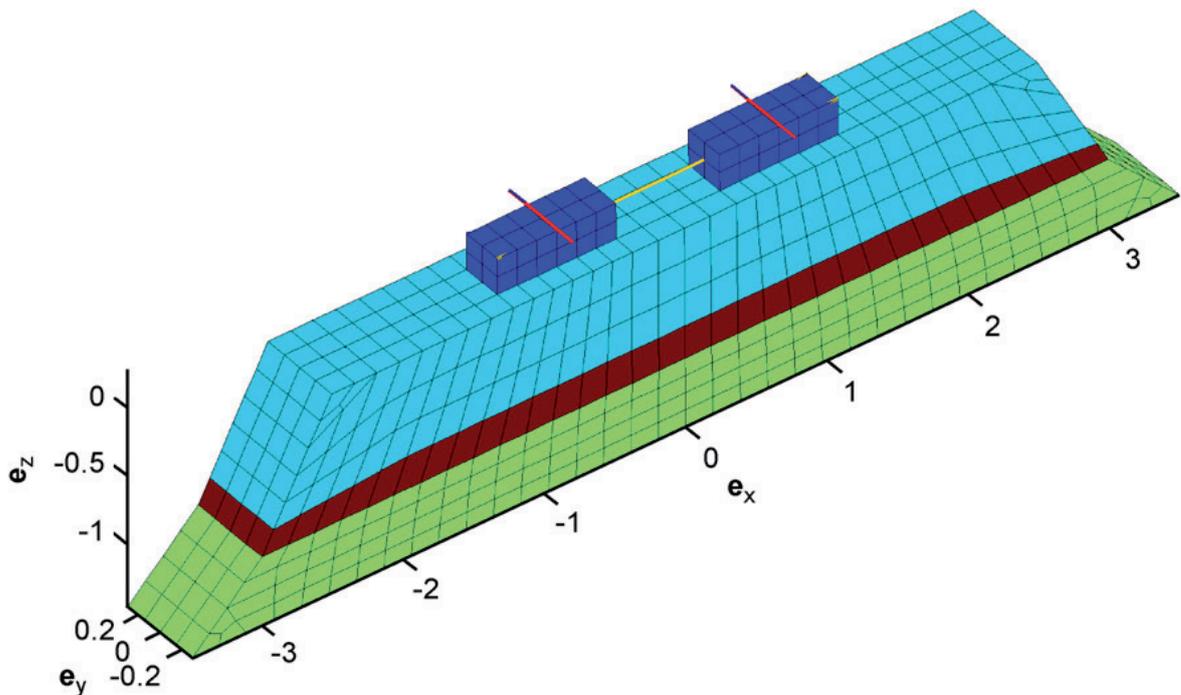


Figura 2.19. La celda de referencia del modelo de vía. Fuente: Chebli, Clouteau y Schmitt [64].

Este modelo ha sido comparado con medidas recientes en una línea férrea de alta velocidad, la comparación entre las aceleraciones verticales obtenidas con simulación y las medidas experimentalmente mostró resultados satisfactorios.

## 2.8. CONCLUSIONES

En el presente capítulo se ha reflejado el estado actual de las investigaciones y de las aplicaciones de modelos al análisis del comportamiento de la infraestructura ferroviaria y a los fenómenos dinámicos que afectan a dicha infraestructura, así como a los fenómenos de interacción dinámica vehículo-vía. Se ha centrado en los modelos implementados para el estudio de los fenómenos de generación y transmisión de vibraciones, de modelos numéricos utilizados para el estudio de la propagación de ondas y finalmente en el problema relacionado con la generación y propagación de vibraciones en vías de alta velocidad.

Los modelos numéricos se muestran como una potente herramienta para el análisis dinámico y vibratorio de los diferentes tipos de vía y de infraestructura, para cuantificar el comportamiento y degradación de la infraestructura, y para el diseño eficiente o racional de las infraestructuras, en un contexto donde se tenga en consideración su comportamiento a lo largo de su vida útil y las necesidades de mantenimiento (Life Cycle Cost).

En este informe ha quedado patente el amplio abanico que va de modelos sencillos a modelos con un grado de sofisticación elevado, algunos de ellos en estado de desarrollo incipiente. La evolución hacia modelos cada vez más complejos es posible hoy en día gracias a la creciente capacidad de herramientas informáticas.



## **3. RESPUESTA VIBRATORIA VERTICAL DE VÍAS MEDIANTE MODELOS NUMÉRICOS**

### **3.1. INTRODUCCIÓN**

En los últimos cuarenta años, diversos investigadores han desarrollado modelos de contacto rueda-carril, orientados al estudio de las vibraciones y el ruido de rodadura producidos por el tráfico ferroviario. Dichos modelos abarcan desde los modelos analíticos en los que se considera media vía en contacto con una rueda rígida suspendida del bogie mediante la suspensión primaria, hasta los modelos numéricos basados en métodos de elementos finitos, elementos de contorno, y métodos mixtos. Estos últimos, a diferencia de los modelos analíticos, permiten caracterizar de manera más precisa los distintos componentes de la estructura de vía, así como considerar la interacción entre ambos carriles de la vía con un eje ferroviario completo. El estudio de los diferentes elementos que constituyen todo el sistema, así como el conocimiento de su influencia en la generación y la transmisión de las vibraciones causadas al paso de un tren, son de gran interés cuando se desea evaluar los efectos de las vibraciones que se producen en los trazados ferroviarios.

En este capítulo se presentan modelos numéricos de diferentes tipos de vía, basados en el método de los elementos finitos, orientados a la caracterización del mecanismo de generación de vibraciones. Posteriormente, se determina la respuesta en frecuencia de la vía con la ayuda del software ANSYS 13. Esta aplicación es un programa de elementos finitos muy utilizado en la industria como herramienta de estudio del comportamiento mecánico de componentes de máquinas, del comportamiento dinámico de estructuras, etc.

Los resultados numéricos obtenidos se comparan con la respuesta proporcionada por modelos analíticos presentados en publicaciones anteriores [2, 26, 66]. Finalmente, se analiza la transmisión de vibraciones entre ambos carriles a través de la estructura de la vía. Dicha transmisión, si es significativa, puede influir apreciablemente en el mecanismo de generación de vibraciones.

### **3.2. MODELIZACIÓN DE LA VÍA**

#### **3.2.1. La vía férrea**

La función principal de una vía férrea es guiar el tren y distribuir las cargas que las ruedas aplican al terreno de forma eficiente y segura. Una vía férrea se puede descomponer en la superestructura y la infraestructura. La infraestructura de vía es el conjunto de obras de tierra y de fábrica necesarias para construir la plataforma sobre la que se apoya la superestructura de vía. Dicha plataforma está constituida por terrenos naturales como terraplenes o desmontes, o por estructuras fabricadas, como puentes, viaductos o túneles.

La superestructura de la vía convencional está constituida por los carriles, las traviesas, las sujeciones y el balasto, como elementos fundamentales, aunque también forman parte de la misma el sub balasto y los aparatos de la vía. En los diferentes tipos de vía en placa, la superestructura consiste en los carriles fijados sobre una losa de hormigón mediante sujeciones. Existen diversos tipos de vía con características diferentes por lo que se refiere a su capacidad de carga, a su rigidez vertical y transversal, y a su capacidad de atenuar la transmisión al entorno de las vibraciones generadas por la rodadura. A continuación se describe los componentes de una vía convencional y de diversos tipos de vía en placa.

### 3.2.2. Componentes de una vía convencional

Una vía convencional está constituida por los carriles, las traviesas, actualmente de hormigón, las fijaciones de los carriles a las traviesas, y por último el balasto.

#### **El carril**

El carril es el elemento principal de la superestructura, dado que es el primer elemento de contacto entre el vehículo y la vía. Es responsable de absorber y resistir los esfuerzos que recibe del material rodante y transmitirlos a los otros elementos que componen la estructura de la vía. Asimismo, es responsable del guiado unidireccional de las ruedas de los vehículos y de conducir la corriente eléctrica para la señalización y eventualmente las corrientes de retorno de la tracción eléctrica. La forma del carril, es decir su sección transversal, viene definida por la interacción de éste con las ruedas del material rodante, así como su integridad estructural. Los que más se utilizan son carriles derivados del carril de Vignole [67], el cual consta de tres partes: cabeza, alma y patín, tal como se muestra en la siguiente figura 3.1.



*Figura 3.1 Carril Vignole.*

El acero de los carriles debe cumplir un conjunto de requisitos, como resistencia a la abrasión, resistencia mecánica, soldabilidad, etc. En la actualidad, los tipos esenciales de carril que existen son UIC 54 y UIC 60, tipos estandarizados por la UIC (Union International de Chemins de Fer o Unión Internacional de Ferrocarriles). El número que figura en el tipo de carril indica la masa en kilogramos por metro lineal. En este estudio se considera el primer tipo de carril, el UIC 54, cuya geometría y dimensiones se muestran en el Anexo A.

#### **Las traviesas**

Las traviesas se colocan en posición transversal a la dirección del eje de la vía fijándose los carriles sobre ellas. Las traviesas son la parte de la superestructura que tiene como objetivo:

- Soportar los carriles, fijando y asegurando su posición, la separación y la inclinación correspondiente.
- Recibir las cargas verticales y horizontales transmitidas por los carriles y repartirlas sobre el balasto a través de la superficie de apoyo.
- Mantener la estabilidad de la vía en el plano horizontal y en el vertical, frente a los esfuerzos estáticos procedentes del peso propio y de las variaciones de

temperatura, así como los esfuerzos dinámicos debido a la circulación de los trenes.

- Mantener, siempre que sea posible, el aislamiento eléctrico entre los dos carriles, cuando la vía está dotada de circuitos de señalización.

Las traviesas se clasifican de acuerdo al material del cual están constituidas [68], En la actualidad las traviesas de hormigón armado son las más utilizadas en comparación con las traviesas de madera. Los diferentes tipos de traviesas se colocan generalmente en intervalos de entre 60 y 75 cm a lo largo de la vía.

### **Las sujeciones**

Las sujeciones son los elementos de unión entre los carriles y las traviesas. Las sujeciones deben cumplir las siguientes funciones:

- Mantener unidos el carril y la traviesa con un apriete suficiente sobre el patín del carril.
- Mantener el ancho de vía restringiendo el movimiento lateral del carril.
- Evitar el vuelco del carril.
- Contribuir a la atenuación de la transmisión de vibraciones a la infraestructura.
- Ofrecer una alta resistencia al deslizamiento longitudinal del carril sobre la traviesa.

Existen muchos tipos de sujeciones diferentes ya que su diseño depende del tipo de vía y de las características de la infraestructura y del terreno. En general la clasificación se hace según dos criterios. Según el anclaje a la traviesa, las sujeciones se pueden clasificar en tres tipos que se describen a continuación:

- Sujeciones directas. En este tipo de sujeciones la fijación del carril y, en su caso, la placa, a la traviesa es ejercida por un único elemento
- Sujeciones indirectas. El carril se apoya sobre una placa de asiento. El elemento de apriete es distinto del de anclaje de la placa de asiento a la traviesa.
- Sujeciones mixtas. En este tipo de sujeciones la placa se fija a la traviesa por medio de elementos que actúan sólo sobre la placa pero además existen otros elementos para la fijación del carril y de la placa a la traviesa.

Finalmente, según el comportamiento dinámico de la sujeción, éstas serán rígidas o elásticas [69].

### **El balasto**

Entre las traviesas y la base de la vía se dispone el balasto. Es una capa constituida por piedra o roca machacada cuya granulometría varía entre 25 y 60 mm. Las principales funciones del balasto son las siguientes:

- Distribuir lo más uniformemente posible sobre la infraestructura de la vía las cargas que recibe de las traviesas, de forma que no sean sobrepasadas las presiones permisibles.
- Estabilizar la vía proporcionando una rodadura suave a los trenes y confort a los viajeros.
- Actuar como elemento amortiguador de vibraciones. La energía de vibración se disipa gracias al rozamiento entre las piedras que constituyen el balasto.
- Proteger la base de la vía de las variaciones de humedad debido al medio ambiente.
- Facilitar la evacuación de las aguas pluviales ya que se trata de un material permeable.

- Mantener la calidad geométrica de la vía mediante las operaciones de bateado, alineación y nivelación. La figura 3.2 muestra una vía convencional con balasto y traviesas de hormigón monobloque.



Figura 3.2 Vía convencional, con balasto y traviesas de hormigón monobloque.

### **3.2.3. Tipos de vía en placa analizados en el estudio. Diferencias**

Para mejorar las propiedades anti-vibratorias de las vías y para reducir el mantenimiento que requiere el balasto de una vía convencional, se han desarrollado diversos tipos de vía sin balasto, en los que los carriles se fijan directamente a la base mediante fijaciones o a través de elementos intermedios que añaden masa vibrante al conjunto: vías con fijaciones DFF –Direct Fixation Fastening– vías bibloque, vías con losa flotante y otras. Estos tipos de vía en placa tienen como objetivo obtener una alta calidad, disminuyendo los costes de mantenimiento. Su colocación se realiza sin balasto y consta de una placa de hormigón que transmite a la plataforma tensiones uniformemente distribuidas y de menor valor que con balasto. La capacidad atenuadora de estos tipos de vía ha sido analizada y caracterizada en investigaciones anteriores [2, 26, 66].

En este capítulo, se han modelizado cuatro tipos de vía: la vía convencional con traviesas de hormigón sobre balasto, la vía sobre placa con fijaciones DFF (figura 3.3) en la que el carril se fija directamente a la base, la vía bibloque (figura 3.5) y la vía bibloque con riostra, o tipo Stedef, (figura 3.7) sobre base de hormigón.

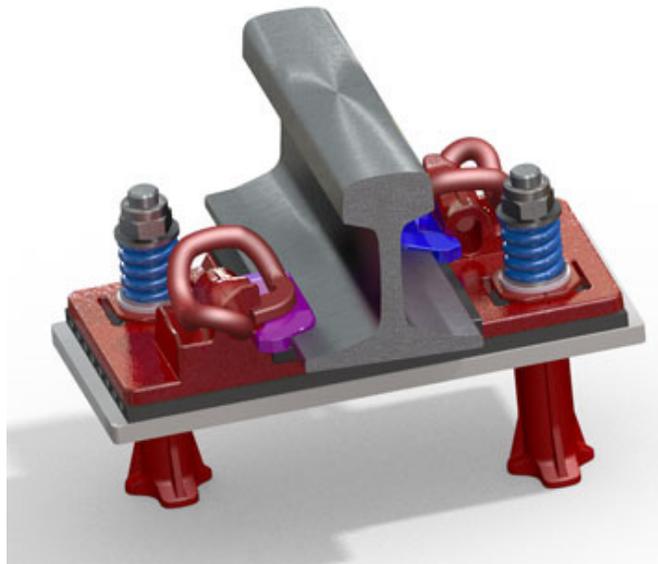
#### **La vía DFF**

Las fijaciones DFF consisten en una placa metálica fijada a la base de la vía mediante insertos metálicos y uniones roscadas, o bien directamente adherida a la base (DFF adherizada); entre la placa y la base se coloca una suela de elastómero como elemento anti-vibratorio. El carril se fija a la base mediante clips, tal como muestra la figura 3.3. En algunos casos también se interpone una delgada suela de elastómero entre el carril y la placa.



*Figura 3.3 Vía sobre placa con fijaciones DFF. Línea 3 del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona.*

La figura 3.4 ilustra las principales ventajas de la vía con fijaciones DFF, que son su sencillez constructiva y de montaje, la simplificación de las actividades de mantenimiento y limpieza, y finalmente su baja altura, lo cual es una ventaja en el caso de vías en túneles de poco gálibo.



*Figura 3.4 Fijaciones DFF.*

### **La vía bloque**

Este tipo de vía se caracteriza por ser una solución a medio camino entre la vía convencional sobre balasto y la vía DFF. Mirado desde el carril, tanto las fijaciones como las traviesas son muy similares a las usadas en la vía sobre balasto con traviesas. A continuación en la figura 3.5 se contempla la vía bloque de la Línea 1 del ferrocarril Metropolitano de Barcelona.



Figura 3.5 Vía bibloque sobre base de hormigón. Barcelona.

La vía bibloque sobre base de hormigón es una vía constituida por bloques de hormigón encajados en alojamientos de la base de la vía. Contienen elementos elastoméricos entre los bloques y la base, y también en la fijación entre el carril y los bloques. Las ventajas de la vía bibloque son similares a las de la vía con fijaciones DFF: simplicidad y bajo mantenimiento. Además, la masa de los bloques y la presencia de elementos de elastómero entre carriles y bloques así como debajo de éstos, proporciona una buena capacidad de atenuación de las vibraciones que se transmiten al entorno.

### La vía bibloque con riostra

Este tipo de vía en placa, ha sido muy implementado por sus reducidos costes y su fácil aplicación. Se trata del método Stedef consistente en el empleo de traviesas bibloque mixtas tipo RS, con fijaciones doblemente elásticas (clip y placa elástica de asiento).

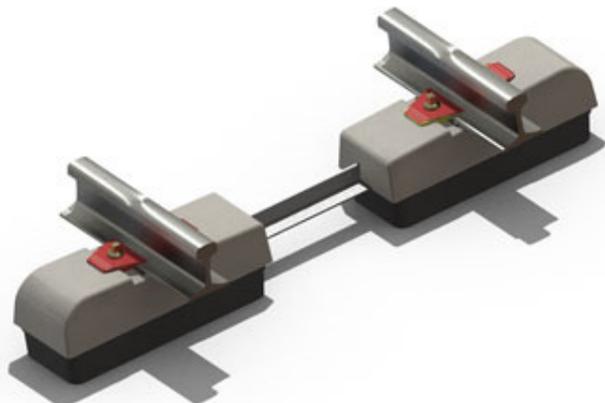


Figura 3.6 Traviesas bibloque con riostra.

Los dos bloques de hormigón están unidos por una riostra metálica, que es una viga de hierro destinada a asegurar la rigidez transversal entre ambos lados de la vía, según lo ilustrado en la figura 3.6 y la figura 3.7. Sus características son muy parecidas a las de una vía bibloque.



*Figura 3.7 Vía bloque con riostra.*

### **3.3. MODELOS NUMÉRICOS DE VÍA**

Una de las ventajas del cálculo mediante elementos finitos es el hecho de permitir introducir de forma detallada todos los parámetros geométricos y de materiales que intervienen o que se juzgan necesarios en el problema a resolver. Así, por ejemplo, en los modelos numéricos presentados en este trabajo, los parámetros introducidos se refieren a las propiedades de los materiales, las constantes elásticas y factores de amortiguamiento del carril, las sujeciones, las traviesas y el balasto, a parte de la definición geométrica de la vía: distancia entre carriles, distancia entre traviesas y longitud de vía considerada. Se han desarrollado cuatro modelos numéricos basados en elementos finitos, utilizando el programa ANSYS 13. Con ellos se pretende caracterizar la respuesta dinámica de la vía al aplicar fuerzas excitadoras verticales sobre los carriles.

Los dos primeros modelos se basan en la simetría de la vía en dirección longitudinal y consideran media vía. El primero describe media vía tipo DFF–Direct Fixation Fastening–, en la que el carril se fija directamente a la base por medio de las fijaciones y el segundo modelo representa media vía bloque sobre base de hormigón. Las figuras 3.8 y 3.9 muestran la representación ANSYS de la media vía tipo DFF y de la media vía bloque, respectivamente.

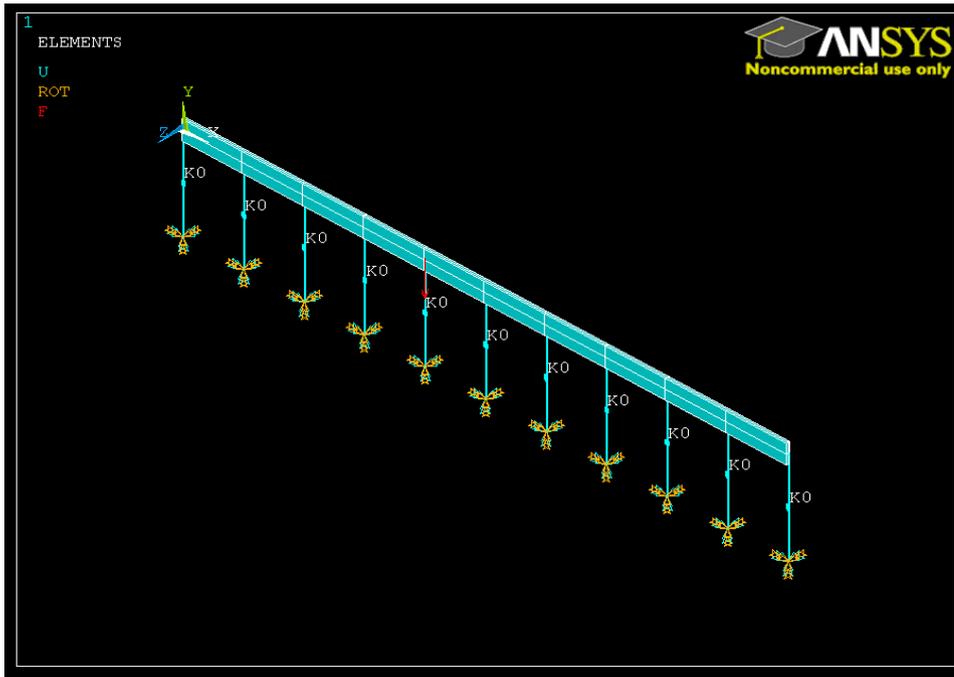


Figura 3.8 Modelo numérico de media vía DFF.

El tercer modelo se utiliza para describir una vía bloque con riostra sobre base de hormigón, y el último representa una vía convencional.

Los dos últimos modelos modelizan la superestructura completa de la vía, permitiendo así estudiar otros aspectos del comportamiento dinámico de la vía no contemplados en los modelos de media vía; por ejemplo la interacción entre ambos carriles a través de las traviesas y el balasto. Asimismo las figuras 3.10 y 3.11 muestran un esquema de los elementos que conforman la modelización completa de la vía bloque con riostra y la vía convencional, respectivamente.

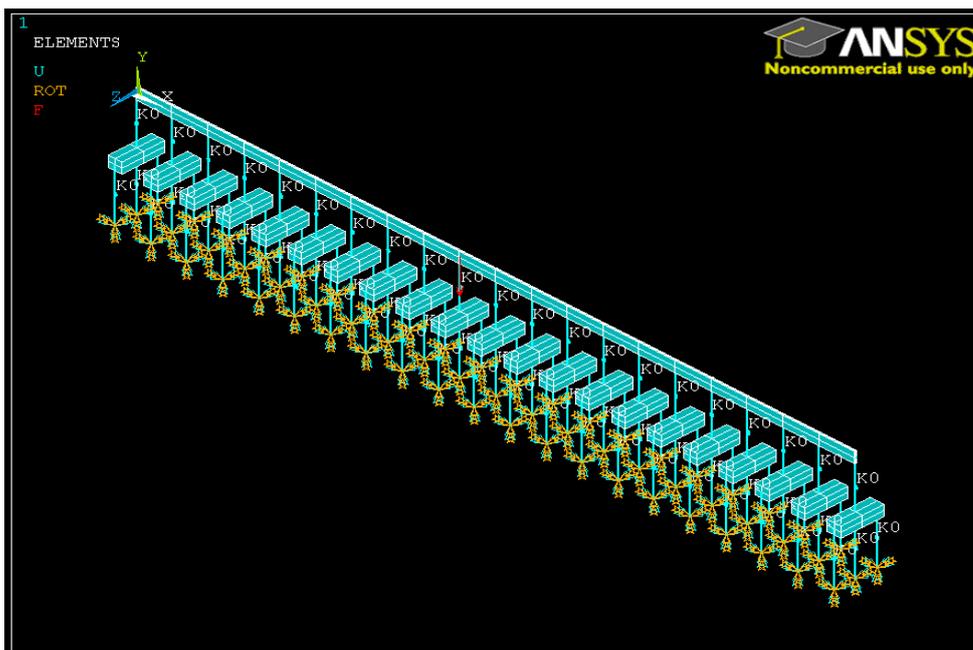


Figura 3.9 Modelo numérico de media vía bloque.

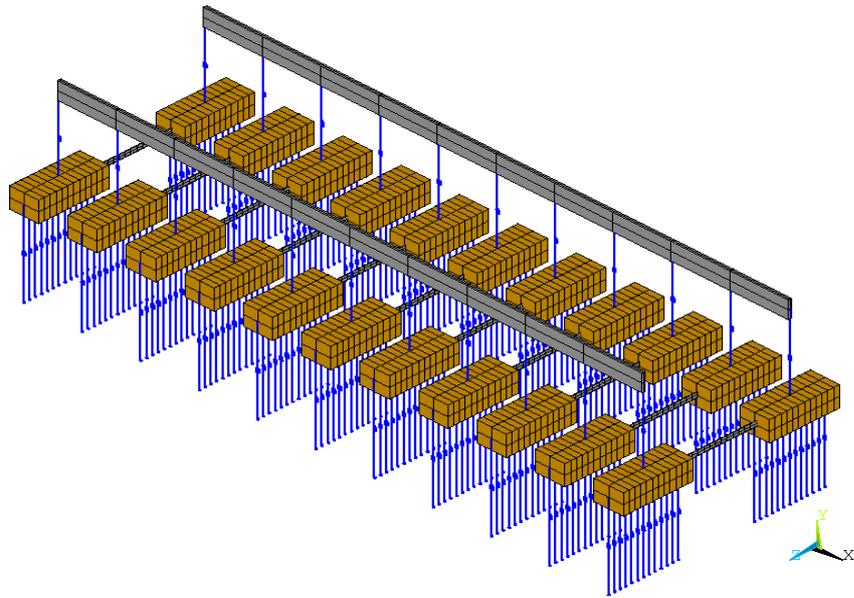


Figura 3.10 Modelo numérico de vía bivalente con riel central.

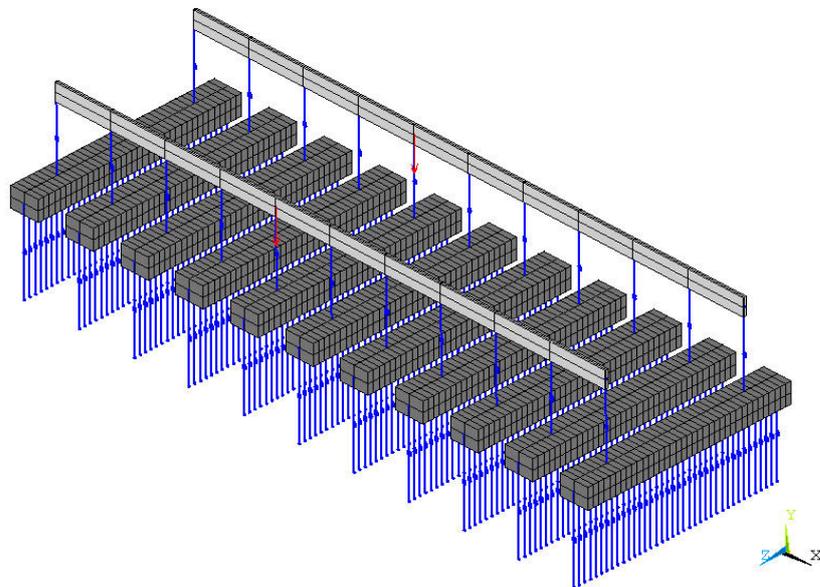


Figura 3.11 Modelo numérico de vía convencional completa sobre balasto.

El procedimiento de análisis en ANSYS se divide en tres fases: preprocesado, resolución y postprocesado. En la fase de preprocesado se introducen las características físicas y geométricas del modelo. Es la fase que más tiempo requiere de todo el análisis. En la fase de resolución se aplica el sistema de cargas al modelo y se eligen los parámetros de solución del sistema de ecuaciones que genera el problema. Por último, en la fase de postprocesado se obtienen los resultados del análisis y se presentan de múltiples formas, lo que permite así sacar las conclusiones que procedan.

### 3.3.1. Fase de preprocesado

La creación del modelo de elementos finitos es la fase del análisis que normalmente requiere un mayor tiempo comparado con el tiempo que se va emplear en las otras dos etapas. Esta fase se divide en varias secciones:

#### **Definición de los tipos de elementos a utilizar**

La librería que ofrece ANSYS 13 [70], permite escoger de entre una gran variedad de elementos con distintas características, lo que permite modelizar sistemas de comportamientos muy distintos. La elección del tipo de elemento determina los grados de libertad implicados en el análisis y la dimensión del espacio en el cual se construye el modelo; entre otras cosas también puede condicionar la naturaleza de los resultados obtenidos y el método de cálculo de los mismos. De hecho hay que escoger el elemento que más se adecua al modelo que queremos estudiar, para obtener resultados precisos, fiables y comparables con resultados de modelos analíticos y resultados experimentales. La descripción de cada uno de los elementos utilizados se presenta a continuación.

El carril se modeliza como una viga compuesta por la unión de elementos tipo viga (elementos discretos de viga). La longitud de estos elementos corresponde a la distancia entre traviesas o fijaciones; de este modo se utilizan los nodos de los extremos para asociarlos a las fijaciones del carril.

La sección de estos elementos es rectangular. Sus dimensiones, anchura  $b$  y altura  $h$ , se escogen de modo que el área de la sección  $A$  y el momento de área de la misma  $I$  coincidan con los del perfil de la sección real del carril. Para ello se utilizan las dos expresiones:

$$A = b \cdot h \quad (3.1)$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (3.2)$$

El elemento BEAM188 es el adecuado para definir los elementos tipo viga del carril. Este elemento, basado en la teoría de vigas de Timoshenko [12], incluye los efectos de las deformaciones y de inercia a la rotación de la viga. Se trata de un elemento viga lineal definido con dos nodos en sus extremos, con seis grados de libertad cada uno, tres traslaciones y tres rotaciones. Este elemento es adecuado para aplicaciones lineales, grandes rotaciones y/o grandes deformaciones no lineales. Este elemento incluye términos de endurecimiento por deformación, permitiendo analizar problemas de estabilidad torsional, lateral y a flexión. A su vez admite modelos elásticos, de fluencia y plásticos. La geometría, las localizaciones de los nodos, y el sistema de coordenadas para este elemento se muestran en la figura 3.12.

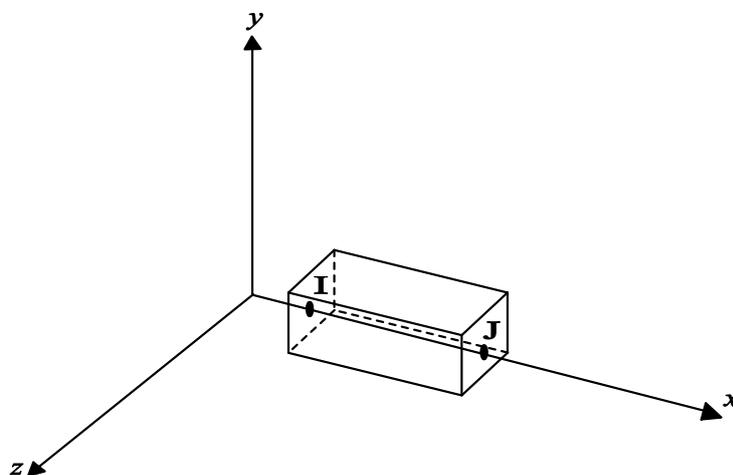
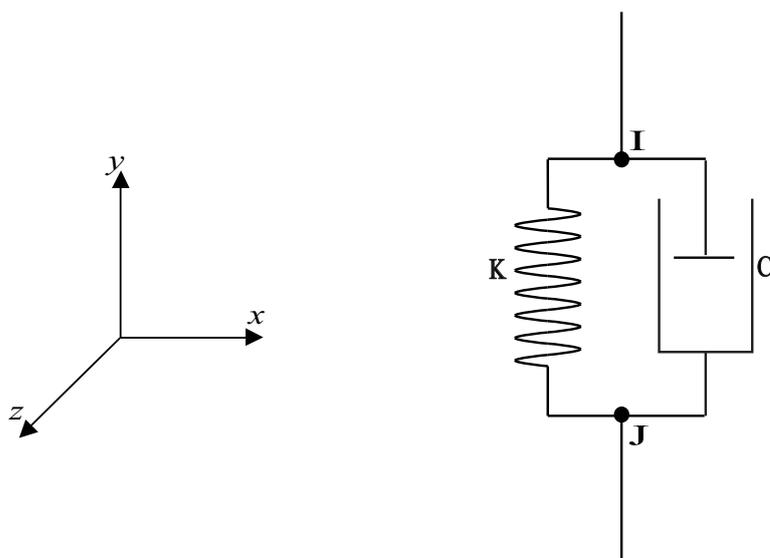


Figura 3.12 Geometría del elemento BEAM188.

Las fijaciones del carril son consideradas en los modelos como elementos tipo resorte lineal y amortiguador de histéresis (COMBIN14). Este elemento dispone de dos nodos que permiten conectar el carril con las traviesas.

El elemento COMBIN14 tiene diversas aplicaciones en 1-D, 2-D, o bien 3-D. La opción longitudinal del resorte-amortiguador define un elemento uniaxial de tracción-compresión con hasta tres grados de libertad en cada nodo: translaciones en las direcciones  $x$  longitudinal,  $y$  y  $z$  transversales. Esta opción no considera ningún doblamiento ni ninguna torsión. La opción torsional del resorte-amortiguador es un elemento puramente rotatorio con tres grados de libertad en cada nodo: rotaciones sobre los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Esta opción no considera ningún doblamiento ni la acción de cargas axiales. El elemento resorte-amortiguador no tiene ninguna masa asociada. Si es necesario, se puede añadir masa con un elemento apropiado de masa. El elemento también permite definir un resorte con amortiguamiento nulo o un amortiguador con rigidez nula.

La geometría, las localizaciones de los nodos, y el sistema de coordenadas para este elemento se definen en la figura 3.13. Finalmente, el elemento también incluye un segundo coeficiente de amortiguamiento empleado para simular un efecto de amortiguamiento no lineal.



*Figura 3.13 Geometría del elemento COMBIN14.*

Las traviesas se pueden representar de dos maneras distintas. En algunos modelos de media vía, las traviesas se consideran como masas puntuales de valor igual al de media traviesa. En el presente trabajo, las traviesas se modelizan, como en el caso del carril, mediante elementos tipo viga de Timoshenko (BEAM188), tanto en el modelo de media vía bloque como en el de vía bloque con riostra y en el de vía convencional. En el caso del modelo de media vía tipo DFF obviamente no se contemplan las traviesas.

El balasto se modeliza por medio de una distribución de resortes lineales con amortiguamiento de histéresis conectados por un lado a los nodos de las traviesas y por otro a la base rígida de la vía, empleando también el tipo de elemento COMBIN14, tal como se esquematiza en la figura 3.14. En el caso de los modelos de vía en placa, se modeliza igualmente el factor de pérdidas y la rigidez bajo los bloques de hormigón como resortes discretos que conectan las traviesas con una base rígida de hormigón.

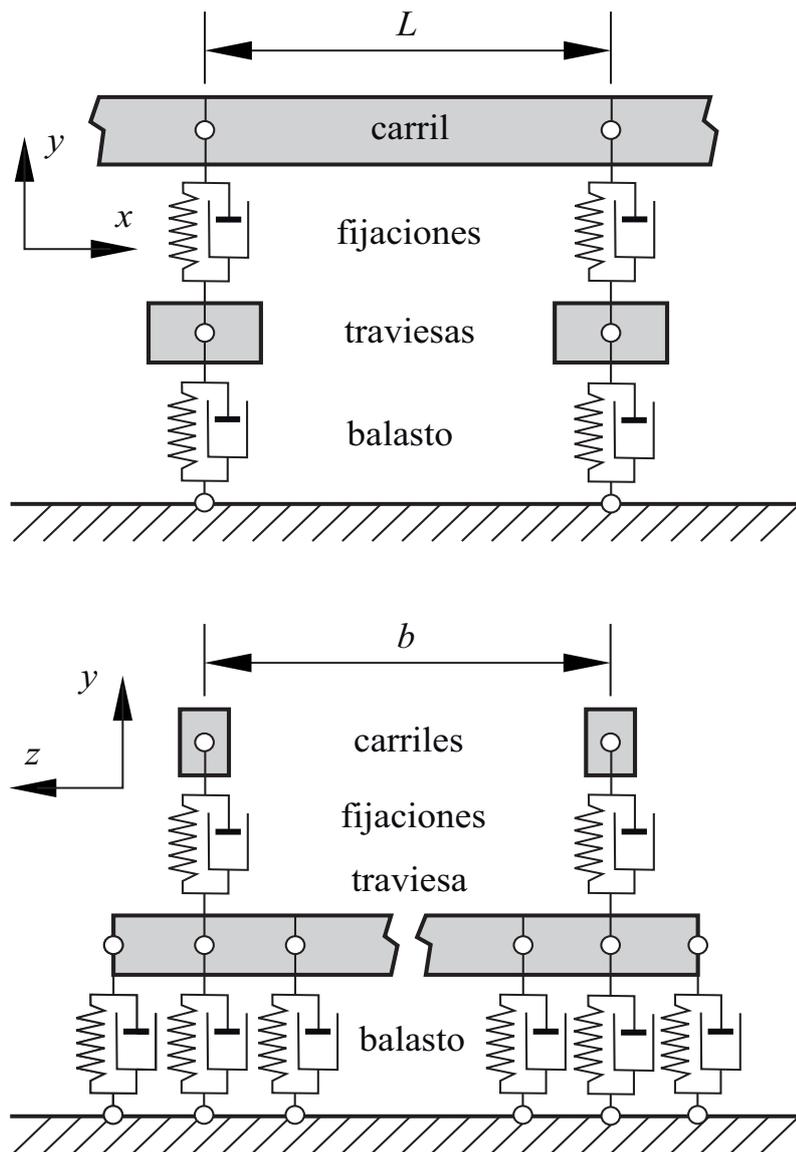


Figura 3.14 Modelo numérico de vía convencional completa sobre balasto.

### Definición de las propiedades geométricas

Una vez elegido el tipo o los tipos de elementos a utilizar en el modelo, se deben definir sus propiedades geométricas. Esta definición se puede realizar por medio de constantes reales, proporcionando a ANSYS magnitudes indirectas de la geometría como áreas de secciones y momentos de área de segundo orden, o se puede llevar a cabo a partir de la definición geométrica del elemento, opción que ofrecen una serie de elementos en ANSYS, en los cuales basta definir la geometría, encargándose el software de calcular parámetros como: el área de secciones, momentos de área o la posición de centros de inercia. En los elementos tipo viga se han definido los parámetros geométricos de sección y el momento de área de segundo orden de los bloques de hormigón, la riostra y los carriles.

### Modelización del material

La mayoría de los distintos tipos de elementos requieren propiedades del material. Dependiendo de la aplicación, las propiedades del material pueden ser lineales o no lineales. Una de las ventajas que tiene ANSYS es que dentro de un mismo análisis se pueden utilizar múltiples conjuntos de propiedades de material. En la elección del tipo de material se deberá asignar el tipo de material adecuado a cada elemento del modelo.

En el caso de los elementos tipo viga empleados para modelizar el carril y los dos tipos de traviesas, se introduce la densidad, el módulo de Young y el coeficiente de Poisson del material. Los elementos COMBIN14 no requieren propiedades del material. En el caso de elementos que representan la rigidez de elastómeros, se considera su rigidez dinámica. Y finalmente, en el caso del balasto, se utiliza un valor de rigidez medio representativo del comportamiento elástico del balasto consolidado después de un tiempo de servicio prolongado, y un amortiguamiento de histéresis utilizado por la mayoría de autores como representativo de la capacidad disipativa del balasto [23, 71, 72].

Los parámetros utilizados en las dos secciones anteriores se recogen en la tabla 3.1 del siguiente apartado.

### ***Mallado del modelo***

Después de haber definido los tipos de elemento a utilizar, las propiedades geométricas y las de material, se procede al mallado del modelo. En la fase de mallado del modelo, se divide la geometría creada en elementos, cada uno con un número determinado de nodos. En los modelos desarrollados se han utilizado elementos que contienen dos nodos, y para simplificar los cálculos se ha escogido una malla constante.

El proceso de mallado escogido no es automático y se ha realizado de acuerdo con la estructura de la vía, definiendo los elementos de modo que los nodos sirvan de enlace entre ellos. Una ventaja importante de utilizar un proceso de mallado no automático es que permite reducir el número de nodos y por tanto disminuir el tiempo de cálculo en los diferentes análisis a realizar.

### ***Condiciones de contorno***

Otro aspecto fundamental en la definición de los modelos son sus condiciones de contorno, de las cuales depende directamente el comportamiento dinámico del sistema modelado. Las condiciones de contorno o de borde se aplican restringiendo los movimientos en uno o más nodos, áreas, líneas, etc., en una o en todas las direcciones y aplicando las condiciones de carga y operación (velocidad, aceleración, y rotación) a las que va a estar sometida la estructura.

Estas condiciones se han de elegir de modo que se aproximen lo más fielmente posible a las condiciones reales.

Para todos los modelos de vía desarrollados, se limitan todos los grados de libertad (traslación y rotación en los tres ejes) de todos los nodos que pertenecen a la base de la vía, ya que ésta se considera rígida. Si bien se trata de una condición no real, puesto que la vibración se transmite al entorno, se ha comprobado que la rigidez de la base, cuando ésta se trata de una base de hormigón de suficiente espesor, es mayor que la de la propia vía en su conjunto, y por tanto su influencia en el mecanismo de generación de vibraciones por causa de la rodadura es despreciable [2, 66]. Cabe resaltar que, según esta hipótesis, no tiene sentido utilizar un modelo numérico de vía DFF completa o de vía bloque completa, ya que la consideración de dicha hipótesis implica que no es posible la interacción entre ambos carriles.

Otra condición es que, al contemplar sólo fuerzas excitadoras verticales sobre los carriles, los grados de libertad de los nodos de los modelos se restringen para permitir sólo el movimiento de los elementos de la vía en dirección vertical, así como la flexión transversal de los elementos tipo viga. También, dependiendo de la aplicación, pueden variar ligeramente las condiciones de contorno añadiéndose otras adicionales.

En todos los modelos numéricos de vía se ha considerado un tramo recto de 60 m. Esta longitud es suficiente para que, debido al amortiguamiento del sistema, las condiciones de contorno sean similares a las de una vía recta infinitamente larga.

### 3.3.2. Fase de resolución

En esta fase se define el tipo de análisis a ejecutar, se aplican las cargas al modelo y se soluciona el sistema de ecuaciones diferenciales que describen el problema planteado. Esta fase se divide en tres etapas.

#### **Definición del tipo de análisis**

El tipo de análisis a escoger depende de las condiciones de carga aplicadas al modelo y de los resultados numéricos deseados. Además, se debe tener en cuenta que no todos los tipos de elementos de la librería de ANSYS 13 se pueden utilizar en todos los tipos de análisis.

El tipo de análisis empleado para caracterizar el comportamiento de la vía es el análisis dinámico. Este análisis permite obtener la variación temporal de desplazamientos, tensiones, deformaciones y fuerzas en una estructura como respuesta a una combinación de cargas que varíen con el tiempo. En este tipo de análisis los efectos de la inercia y del amortiguamiento son fundamentales.

#### **Aplicación de cargas**

En programas como ANSYS el término cargas no se limita a las fuerzas, presiones y momentos que puedan estar aplicados sobre un cuerpo. En realidad, se trata de un concepto más amplio que incluye desplazamientos, rotaciones, velocidades y aceleraciones aplicadas sobre un elemento del conjunto.

En el caso concreto del trabajo que se presenta, las cargas consideradas son fuerzas verticales sinusoidales de frecuencia variable dentro del rango frecuencial de interés, ya que se pretende obtener la respuesta frecuencial de la vía.

#### **Resolución**

En esta etapa se resuelve el sistema de ecuaciones generado por el problema planteado. El sistema general de ecuaciones del movimiento a resolver en un análisis dinámico es de dimensión  $N$ , siendo  $N$  el número de grados de libertad; y se expresa matricialmente de la siguiente forma:

$$M\ddot{u}_n(t) + C\dot{u}_n(t) + Ku_n(t) = F(t) \quad (3.3)$$

Donde  $M$  es la matriz de inercia,  $C$  es la matriz de amortiguamiento viscoso,  $K$  es la matriz de rigidez,  $\ddot{u}_n$ ,  $\dot{u}_n$ ,  $u_n$  son respectivamente los vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento asociados a las coordenadas nodales, y finalmente  $F$  es el vector de fuerzas externas dependiente del tiempo.

En el caso de amortiguamiento estructural o de histéresis, y siempre para soluciones armónicas del sistema de ecuaciones, se introduce una matriz de rigidez de componentes complejos. Para un instante dado,  $t$ , estas ecuaciones pueden ser consideradas como ecuaciones de equilibrio estático que tienen en cuenta las fuerzas de inercia y las de amortiguamiento. Para resolver estas ecuaciones los distintos programas de elementos finitos utilizan métodos de integración temporal, siendo el algoritmo de Newmark uno de los más utilizados.

ANSYS 13 dispone de tres métodos diferentes para resolver el conjunto de ecuaciones, utilizándose en todos ellos la discretización e integración temporal. Son las siguientes:

#### **a) Método de integración directa en el tiempo del modelo completo, (método completo)**

El método completo es el más simple de los tres. Se usa el sistema completo de matrices para calcular la respuesta armónica (no hay matrices de reducción). Las matrices pueden ser simétricas o asimétricas. Las ventajas de este método son:

- De todos, este es el más fácil de utilizar, puesto que no hay que preocuparse por elegir grados de libertad maestros ni por elegir los modos propios de vibración (modos de forma) más significativos.

- Permite todo tipo de no linealidades.
- Usa las matrices completas, por tanto no hay que aproximar la matriz de masa.
- Calcula todos los desplazamientos y tensiones en una sola vez. en un único tramo.
- Acepta todo tipo de cargas: fuerzas nodales, desplazamientos impuestos, cargas sobre elementos (presiones y temperaturas), etc.

La principal desventaja del método de integración directa es que se trata del que más tiempo requiere para resolver el problema en comparación con los otros dos. El método completo puede ser muy eficiente en algunos casos tridimensionales cuando el modelo es voluminoso o bien se describe con mucha precisión.

### ***b) Método de superposición modal***

Este método se aplica solo sobre sistemas de comportamiento lineal. En primer lugar se definen los autovalores del sistema y se seleccionan los  $n$  modos propios de vibración más significativos ( $N \gg n$ ). Posteriormente se integran las ecuaciones correspondientes a los modos de vibración descritos por las correspondientes coordenadas modales. En la última etapa, el método se reduce a integrar  $n$  ecuaciones y posteriormente combinar los resultados para obtener la solución en las coordenadas originales del sistema. La principal ventaja de este método es su rapidez y su menor coste computacional en la mayoría de problemas respecto a los otros dos. Las desventajas más importantes que presenta son:

- El paso de tiempo de integración debe mantenerse constante durante todo el análisis, por tanto no son posibles las estrategias de paso variable.
- No es aplicable a sistemas no lineales.
- No acepta desplazamientos forzados.

### ***c) Método reducido***

El método reducido permite reducir el tamaño del problema mediante la utilización de grados de libertad maestros y matrices reducidas. Después de haber encontrado los desplazamientos en los grados de libertad maestros, se extiende la solución a los grados de libertad originales. La ventaja es que se trata de un método más rápido y menos costoso que el primer método completo. Las desventajas son:

- Cargas como por ejemplo presión y temperatura no pueden ser aplicadas al sistema.
- Las cargas deben estar aplicadas en los grados de libertad maestros. (esto limita el uso cargas sobre un modelo de sólido).
- El paso de tiempo de integración debe de permanecer constante durante todo el análisis.
- No es aplicable a sistemas no lineales.

En este trabajo se ha utilizado el método de integración directa en el tiempo del modelo completo. En este método se definen los  $N$  grados de libertad que caracterizan el sistema y se resuelve, para cada instante de la integración, la ecuación dinámica general 2.34. Se trata del método más fácil de utilizar y el más general, pero es el que requiere más tiempo de cálculo.

### ***3.3.3. Fase del postprocesado***

En la última fase de análisis en ANSYS, se presentan los resultados obtenidos en la anterior fase de solución. ANSYS permite varias posibilidades de presentación y manipulación de datos, ofreciendo distintas clases de resultados. Es necesario elegir visualizaciones que presenten aquellos aspectos que se deseen estudiar del modelo, con el fin de obtener las conclusiones apropiadas.

### 3.4. COMPARACIÓN ENTRE LOS MODELOS NUMÉRICOS Y EL MODELO ANALÍTICO

Los resultados obtenidos con los modelos numéricos se comparan en el apartado siguiente con los resultados obtenidos a partir de modelos analíticos de media vía desarrollados en trabajos anteriores y presentes en la bibliografía [2, 26]. Estos modelos se basan en la simetría de la vía y normalmente consideran que la base de la vía se comporta de forma totalmente rígida. Consideran un solo carril y la mitad de la masa de traviesas o bloques según sea el caso. Se suelen utilizar dos modelos analíticos distintos. Para una vía convencional éstos son:

El modelo continuo, en el que las fijaciones del carril y el balasto se describen como capas elásticas con amortiguamiento, mientras que las traviesas o los bloques se consideran como una masa uniformemente distribuida en la dirección del carril.

El modelo discreto, o modelo periódico, en el que las fijaciones y el balasto se consideran como elementos elásticos con amortiguamiento separados la distancia entre fijaciones, y las traviesas se consideran como masas concentradas.

En ambos casos el carril se puede considerar como una viga infinita de Euler-Bernoulli o como una viga infinita de Timoshenko; ambas proporcionan resultados prácticamente iguales en el rango de frecuencias de interés, entre 10 y 600 Hz, rango que comprende las componentes frecuenciales de las vibraciones generadas en el contacto rueda carril.

Los dos modelos también proporcionan resultados equivalentes si las velocidades de circulación de los trenes son bajas, por debajo de 100 km/h [4, 5, 26].

Para otros tipos de vía se utilizan los mismos modelos adaptados a sus características particulares. La figura 3.15 muestra un esquema del modelo continuo de media vía convencional, modelo utilizado en la comparación con los resultados de los modelos numéricos presentada en el siguiente apartado.

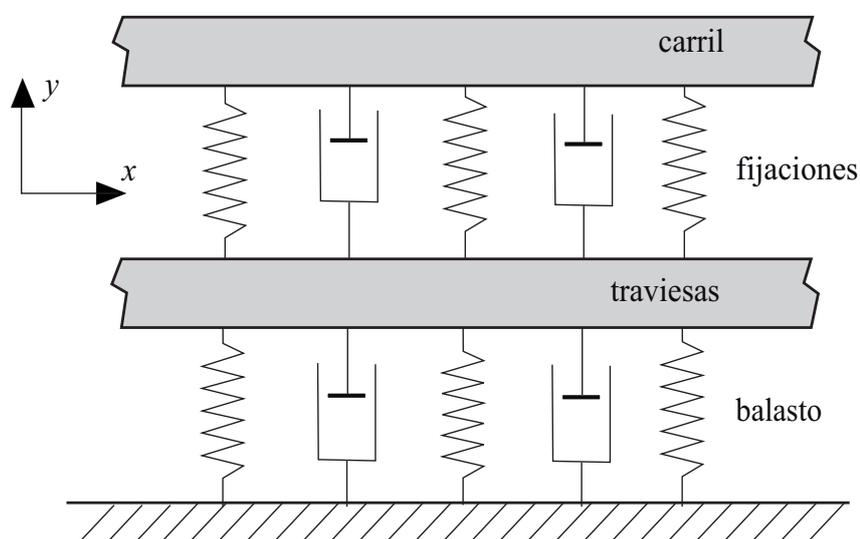


Figura 3.15 Modelo analítico continuo de media vía convencional con balasto.

Con el fin de comprobar la bondad de los modelos numéricos presentados, se compara la respuesta dinámica de la vía obtenida con dichos modelos con la respuesta que proporciona el modelo analítico continuo de media vía.

La respuesta dinámica se describe en el dominio de la frecuencia por medio de la receptancia vertical del carril, función que relaciona el desplazamiento vertical de un punto del carril con la fuerza armónica vertical aplicada sobre el mismo punto, o un punto distinto, para cada frecuencia  $f$ . La receptancia se describe mediante la siguiente expresión:

$$R(f, x) = \frac{y_r(f, x)}{F} \quad (2.32)$$

Con  $F(f) = F e^{j2\pi ft}$  ;  $y_r(f) = y_r e^{j(2\pi ft + \varphi)}$

Donde  $y_r$  representa la amplitud del desplazamiento vertical del carril,  $F$  representa la amplitud de la fuerza vertical armónica aplicada al carril y  $\varphi$  es la fase de la receptancia.

La comparación se realiza para los cuatro tipos de vía considerados: vía con fijaciones DFF, vía bibloque, vía bibloque con riostra y por último la vía convencional con balasto y traviesas monobloque de hormigón. La fuerza armónica excitadora se aplica a la cabeza del carril justo en la zona donde se sitúa una traviesa o una fijación.

Los parámetros considerados en la comparación se han obtenido algunos de información proporcionada por FCMB, otros de catálogos de fabricantes de superestructuras de la vía y por último, la rigidez y amortiguamiento del balasto, de la bibliografía sobre el tema. Estos parámetros se recogen en la siguiente tabla 3.1.

Los parámetros mencionados son los que se utilizan en los modelos numéricos de cada tipo de vía. Para ser utilizados en el correspondiente modelo analítico de media vía es necesario modificarlos de manera adecuada. Así, por ejemplo, la masa de las traviesas de hormigón que se debe emplear en el modelo analítico es en realidad masa por unidad de longitud y se obtiene mediante la expresión:

$$m_{\text{dist}} = \frac{m_t}{2l} \quad (3.4)$$

Siendo  $m_{\text{dist}}$  la masa distribuida de media traviesa,  $m_t$  la masa de una traviesa y  $l$  la distancia entre traviesas. Para los parámetros de la tabla 1,  $m_{\text{dist}} = 270 \text{ kg/m}$ . El mismo criterio se aplica al resto de parámetros que se deben distribuir: rigideces y amortiguamientos.

Tabla 3.1 Valores de los parámetros de vía utilizados.

|  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| Ancho de vía internacional                                     | 1,435 m                              |
| Distancia entre traviesas                                      | 0,6 m                                |
| <b>Carril UIC 54</b>   |                                      |
| Masa del carril por unidad de longitud                         | 54,4 kg/m                            |
| Densidad del acero   | 7850 kg/m <sup>3</sup>               |
| Módulo de elasticidad del acero                                | 210 GPa                              |
| Coefficiente de Poisson del acero                              | 0,3                                  |
| Sección del carril   | 6,93·10 <sup>-3</sup> m <sup>2</sup> |
| Momento de área de segundo orden de la sección del carril      | 2,35·10 <sup>-5</sup> m <sup>4</sup> |
| Factor de pérdidas del carril                                  | 0,02                                 |
| <b>Vía convencional con traviesas monobloque sobre balasto</b> |                                      |
| Longitud de las traviesas                                      | 2,56 m                               |
| Masa de las traviesas  | 324 kg                               |

|   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| Densidad del hormigón   | 1759 kg/m <sup>3</sup>               |
| Módulo de elasticidad del hormigón                              | 27,6 GPa                             |
| Coefficiente de Poisson del hormigón                            | 0,175                                |
| Sección de las traviesas  | 72·10 <sup>-3</sup> m <sup>2</sup>   |
| Momento de área de segundo orden de la sección de las traviesas | 34,6·10 <sup>-5</sup> m <sup>4</sup> |
| Factor de pérdidas de las traviesas                             | 0,1                                  |
| Rigidez de las fijaciones                                       | 115,2 MN/m                           |
| Factor de pérdidas de las fijaciones                            | 0,2                                  |
| Rigidez del balasto   | 13,74 MN/m                           |
| Factor de pérdidas del balasto                                  | 0,2                                  |
| <b>Vía DFF sin traviesas</b>                                    |                                      |
| Rigidez de las fijaciones                                       | 19,5 MN/m                            |
| Factor de pérdidas de las fijaciones                            | 0,4                                  |
| <b>Vía bloque</b>   |                                      |
| Rigidez bajo carril   | 115,2 MN/m                           |
| Factor de pérdidas bajo carril                                  | 0,2                                  |
| Rigidez bajo bloques  | 17,58 MN/m                           |
| Factor de pérdidas bajo bloques                                 | 0,2                                  |
| Masa de un bloque de hormigón                                   | 94,8 kg                              |
| Longitud de un bloque de hormigón                               | 0,72 m                               |
| <b>Vía bloque con riostra</b>                                   |                                      |
| Rigidez bajo carril   | 115,2 MN/m                           |
| Factor de pérdidas bajo carril                                  | 0,2                                  |
| Rigidez bajo bloques  | 17,58 MN/m                           |
| Factor de pérdidas bajo bloques                                 | 0,2                                  |

### **3.4.1. Comparación entre las receptancias obtenidas con los modelos numéricos y el modelo analítico**

En la figura 3.16 se presenta la comparación de la magnitud de la receptancia de la vía DFF en el punto donde se aplica la fuerza armónica excitadora, calculada con el modelo analítico y con el modelo numérico. Ambos modelos son de media vía. Se observa que las diferencias no son significativas para el rango de frecuencias comprendido entre 0 y 600 Hz, el cual comprende el rango de frecuencias de interés mencionado anteriormente. La frecuencia propia que se observa está asociada al modo propio de vibración vertical del carril sobre las fijaciones elásticas.

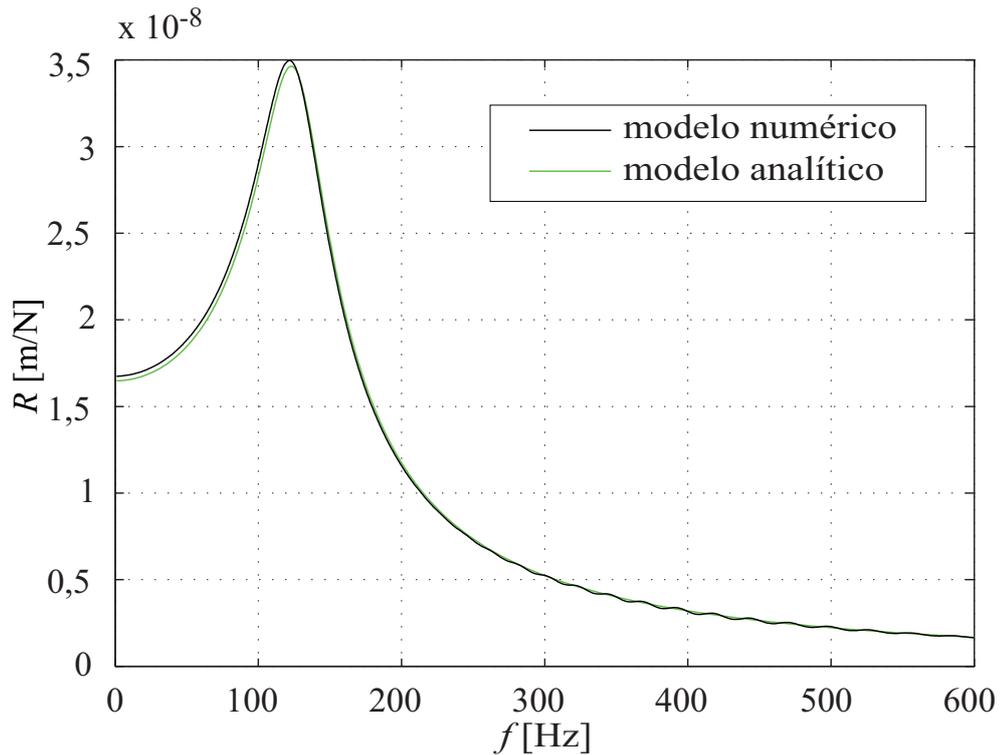


Figura 3.16 Comparación de la receptancia vertical de la vía DFF determinada con los modelos numérico y analítico.

La figura 3.17 corresponde a la misma comparación para el caso de la vía bloque, también empleando los modelos de media vía. Las dos receptancias son prácticamente idénticas en todo el rango de interés, lo que corrobora la equivalencia del modelo numérico con el analítico. Se observan dos frecuencias propias de vibración de la vía a 58 y 351 Hz respectivamente. La primera corresponde al modo propio en el que el conjunto carril y bloques tienden a vibrar en fase. La segunda corresponde al modo propio en el que el carril y los bloques tienden a vibrar en contrafase. Las características de este segundo modo dependen fundamentalmente de la rigidez y amortiguamiento de las fijaciones elásticas entre carril y bloques.

La figura 3.18 muestra la comparación de la receptancia de la vía en placa con traviesas bloque con riostra sobre una base de hormigón y el modelo analítico de media vía. En este caso, a diferencia de los anteriores, el modelo numérico representa la vía completa. Para mantener la simetría del movimiento vertical en la vía, se aplica la misma fuerza armónica en dos puntos de ambos carriles situados sobre la misma traviesa. De esta manera la comparación 54T con el modelo analítico de media vía, el cual considera implícitamente el movimiento simétrico de ambos carriles, es posible.

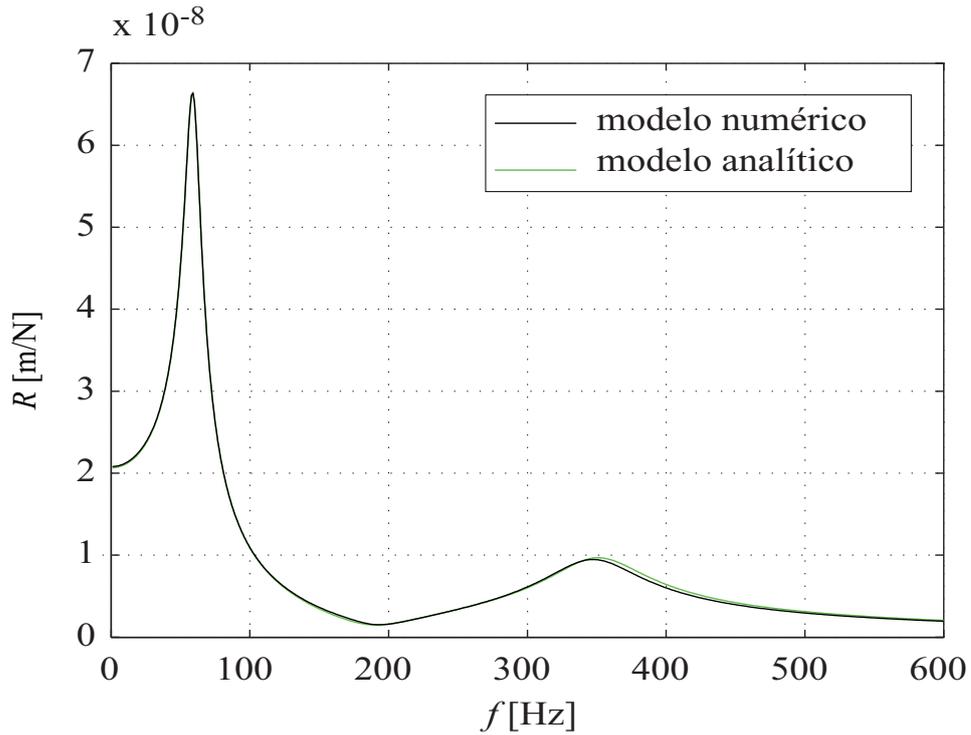


Figura 3.17 Comparación de la receptancia vertical de la vía bicolore determinada con los modelos numérico y analítico.

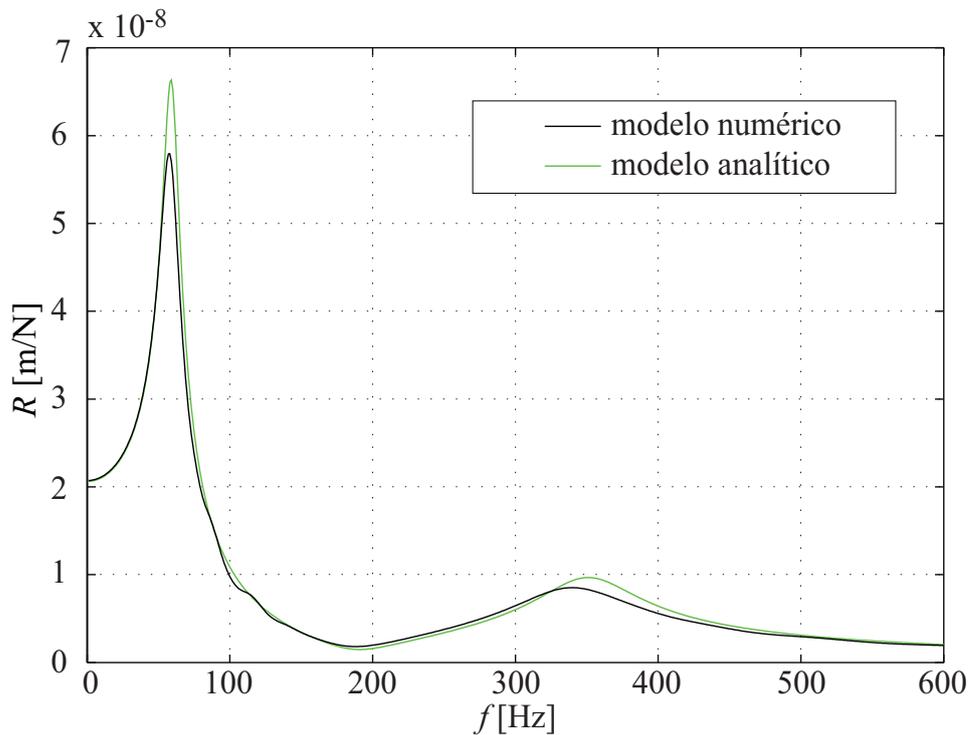


Figura 3.18 Comparación de la receptancia vertical de la vía bicolore con riostra determinada con los modelos numérico y analítico.

El primer modo propio está en la misma frecuencia 58 Hz que en el caso de la vía bicolore sin riostra, pero la amplitud de la receptancia es un poco diferente. La frecuencia del segundo modo propio obtenida con el modelo numérico es levemente inferior a la frecuencia del modelo analítico.

La figura 3.19 corresponde a la comparación entre la receptancia de la vía convencional con balasto, obtenida empleando el modelo numérico completo, y la receptancia que proporciona el modelo analítico de media vía. Se aplica el mismo criterio utilizado en la comparación del modelo numérico anterior con el modelo analítico, para mantener la simetría del movimiento vertical de la vía.

El primer modo propio coincide en frecuencia y amplitud para ambos modelos. No así el segundo modo, en el cual la frecuencia propia obtenida con el modelo completo de vía es ligeramente inferior a la del modelo analítico.

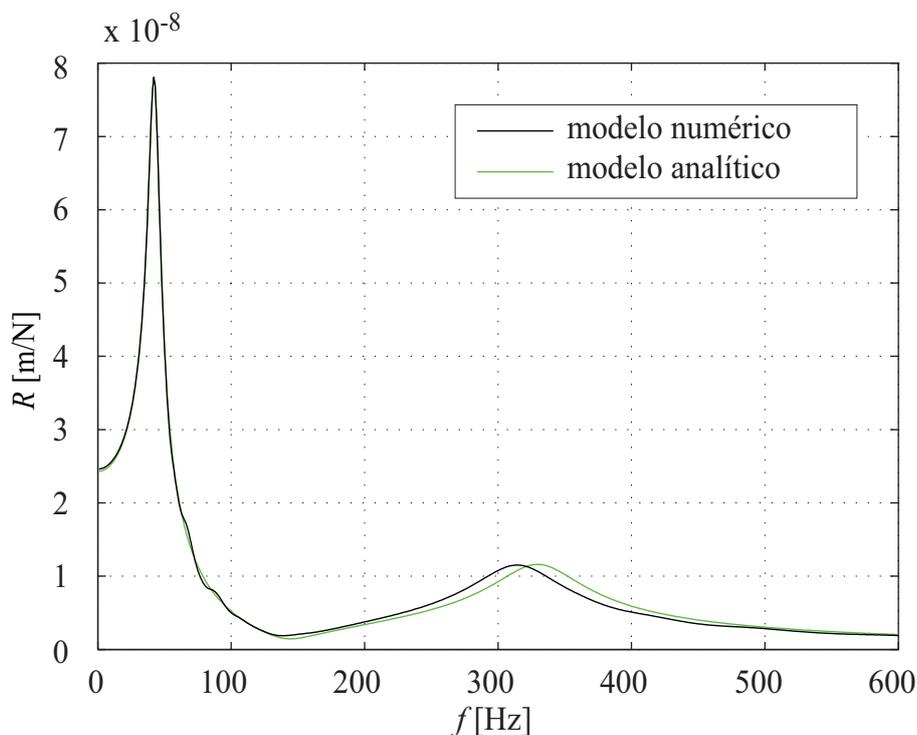


Figura 3.19 Comparación de la receptancia vertical de la vía convencional determinada con el modelo numérico completo y el modelo analítico de media vía.

Las diferencias obtenidas en las dos comparaciones anteriores se atribuyen a la consideración de la rigidez a flexión de las traviesas o las riostras, según el caso. Esta rigidez es contemplada en los modelos numéricos, pero no así en los modelos analíticos de media vía, en los cuales tanto las traviesas como los bloques y riostras se introducen como capas de masa distribuida bajo el carril; por tanto sin considerar su rigidez a flexión. También cabe comentar que la distribución de la masa en los modelos numéricos es más realista que la utilizada en los modelos analíticos.

Hay que resaltar no obstante que las diferencias observadas son pequeñas, ya que los materiales utilizados en traviesas y riostras, hormigón y acero respectivamente, presentan módulos elásticos elevados.

### 3.4.2. Análisis de la interacción entre ambos carriles de la vía

Una de las principales ventajas de los modelos numéricos de vía completa frente a los modelos analíticos de media vía es que permiten comparar los niveles de vibración que presentan ambos carriles cuando se aplica una única fuerza excitadora sobre uno de ellos. La figura 3.20 y la figura 3.21 muestran la receptancia del carril sobre el que se aplica la fuerza excitadora armónica –carril 1– y la del carril opuesto –carril 2– obtenidas con los modelos numéricos de los dos últimos tipos de vía. El punto considerado en ambos carriles se sitúa sobre la misma traviesa.

Es evidente la diferencia entre las amplitudes de las receptancias en ambos carriles en todo el rango de frecuencias presentado. La atenuación de la vibración generada por la fuerza excitadora es importante, con lo que se concluye que la interacción entre carriles es pequeña.

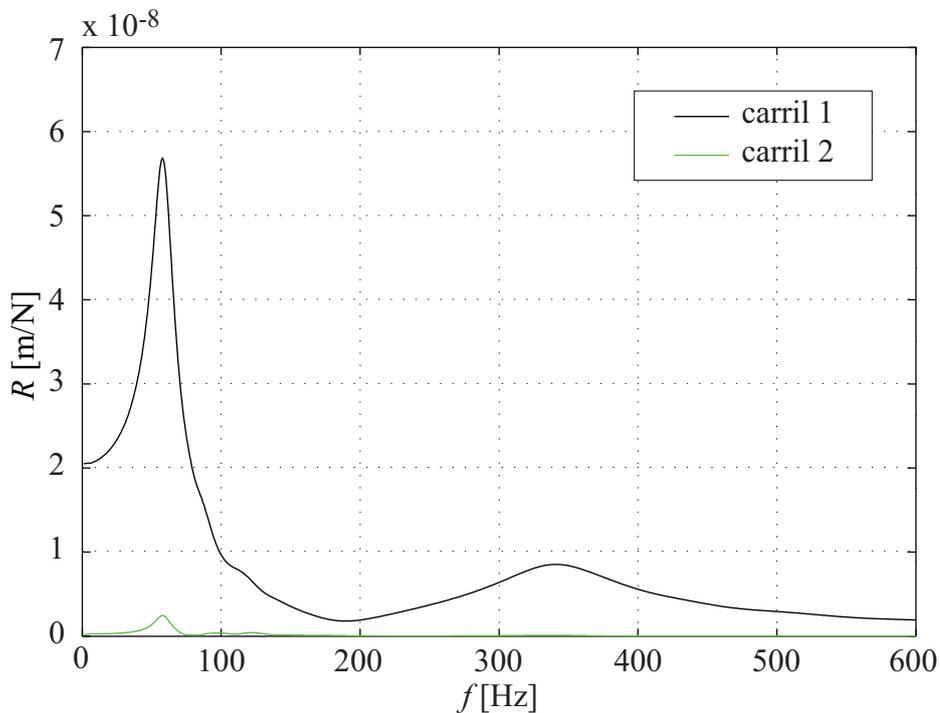


Figura 3.20 Receptancia vertical de la vía bibloque con riostra determinada con el modelo numérico; comparación de la receptancia en el carril sobre el que se aplica la fuerza –carril 1– con la receptancia en el carril opuesto –carril 2–.

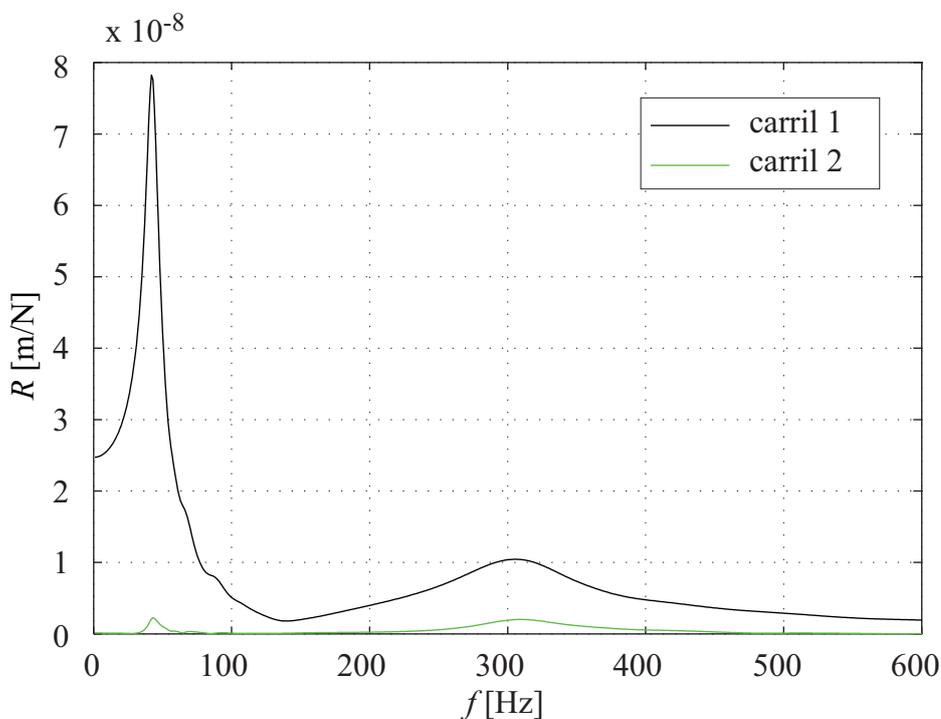


Figura 3.21 Receptancia vertical de la vía convencional determinada con el modelo numérico completo; comparación de la receptancia en el carril sobre el que se aplica la fuerza –carril 1– con la receptancia en el carril opuesto –carril 2–.

### **3.5. CONCLUSIONES**

La comparación entre la receptancia de la vía obtenida con los modelos numéricos y la receptancia que proporciona el modelo analítico, tanto para la vía DFF como para la vía bloque y la vía convencional, muestran una muy buena concordancia. Este hecho demuestra la validez de los modelos numéricos empleados. A través de dos metodologías diferentes se han obtenido resultados similares.

Se constata que el modelo numérico de una vía completa permite estudiar aspectos del comportamiento vibratorio de la vía, como por ejemplo la relación entre los niveles de vibración en diferentes localizaciones de la vía, que otros modelos no pueden facilitar. Por ejemplo, utilizando el modelo numérico de vía convencional completa y para los parámetros descritos, se ha comprobado que no se produce una interacción significativa entre ambos carriles. Asimismo, el modelo numérico facilita el análisis de los principales factores que intervienen en la generación de vibraciones en el contacto rueda-carril y su transmisión al entorno.



## **4. MODELO NUMÉRICO DEL SISTEMA EJE FERROVIARIO**

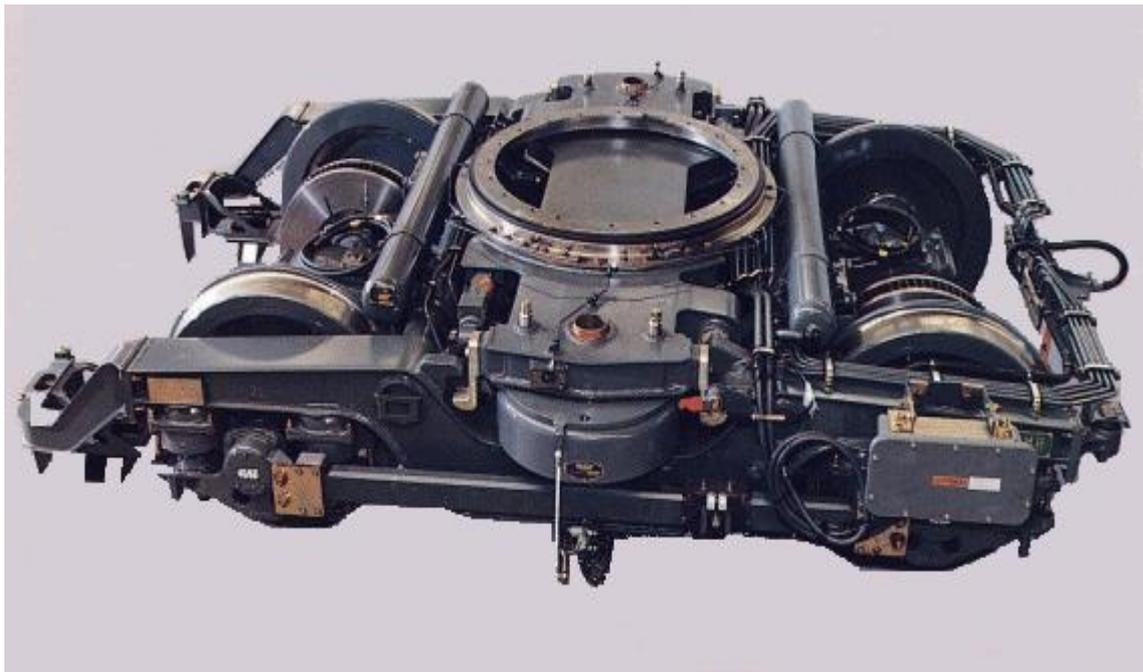
### **4.1. INTRODUCCIÓN**

Con el fin de analizar el problema de generación de vibraciones en las vías ferroviarias al paso de un tren, se han presentado en el capítulo anterior modelos numéricos basados en el método de elementos finitos que describen el comportamiento vibratorio de la superestructura de vía. Dichos modelos definen de forma precisa el comportamiento de la superestructura, incluyendo aspectos no reflejados en los modelos analíticos como son la flexibilidad de las traviesas, la distribución de su masa a lo largo de su dirección longitudinal o la distribución de rigidez del balasto bajo las mismas.

En el presente capítulo se propone un modelo numérico desarrollado en ANSYS 13, fiable y lo más sencillo posible para representar el sistema formado por dos ruedas y su correspondiente eje, lo que se denomina eje ferroviario, con el fin de caracterizar su comportamiento vibratorio. El modelo incluye la suspensión primaria que se sitúa entre el eje y el bogie. Este modelo es el siguiente paso para obtener un modelo numérico de contacto rueda-carril que incluya la vía y el eje suspendido del bogie a través de la suspensión primaria. Finalmente, y con el fin de validar dicho modelo, se han comparado los resultados que proporciona con los resultados obtenidos a partir de modelos más elaborados. La comparación se ha establecido mediante análisis modal y análisis armónico.

### **4.2. ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE UN BOGIE FERROVIARIO**

La figura 4.1 muestra una imagen de un bogie típico de un coche de pasajeros. El coche descansa sobre dos bogies, compuestos cada uno básicamente por dos ejes ferroviarios y un bastidor. El enlace entre cada eje y el bogie se realiza mediante los elementos elásticos y de amortiguamiento que constituyen la suspensión primaria. A su vez entre cada bogie y la caja del coche se sitúa un enlace que permite el giro relativo entre ambos en dirección vertical; este enlace incluye otro sistema de suspensión, la suspensión secundaria. El bogie también sirve de soporte para los sistemas de frenado y de tracción si los hay: motores, reductores, frenos de disco y elementos de enlace con el coche.



*Figura 4.1 Componentes del bogie.*

## **Las suspensiones del bogie**

Las suspensiones son elementos fundamentales en la dinámica del tren y para la atenuación de las vibraciones que se transmiten a la caja del coche. La suspensión primaria está constituida por resortes de caucho-acero o por muelles. Esta suspensión primaria tiene que tener la suficiente flexibilidad para asegurar un reparto uniforme de las cargas entre las ruedas de un bogie y en consecuencia un óptimo aprovechamiento de la adherencia existente. Es decir, que tiene la amortiguación necesaria que permite la circulación hasta la máxima velocidad sin producir oscilaciones perjudiciales al bogie que lo serian también para el tren.

La suspensión secundaria, suaviza los movimientos relativos entre el bogie y la caja del vehículo. La suspensión secundaria puede ser: mecánica y/o neumática. La suspensión secundaria desempeña la función de absorber las vibraciones que se establecen entre el bastidor del bogie y la caja del coche, aumentando así el confort de los pasajeros.

## **Ejes ferroviarios**

Un eje ferroviario comprende dos ruedas conectadas de forma rígida por un eje común (figura 4.2). El eje montado está soportado por rodamientos montados en la caja de grasa. El eje montado garantiza:

- La distancia necesaria entre el vehículo y la vía.
- La orientación que determina el movimiento dentro del ancho del carril, incluyendo curvas y cruces.
- Los medios de transmisión de las fuerzas de frenado y tracción a los carriles para acelerar y frenar el vehículo.

El diseño del eje montado depende de:

- El tipo de vehículo (tracción o arrastrado).
- El tipo de sistema de frenado (zapatas de freno, freno de disco en el eje, o freno de disco en la rueda).
- La construcción del centro de la rueda y la posición de los rodamientos en el eje (interior o exterior).
- La intención de limitar las componentes de alta frecuencia de las fuerzas de contacto rueda-carril mediante el uso de elementos elásticos entre el centro de la rueda y la llanta.

Los principales tipos de diseños de ejes montados se muestran en la figura 4.2. A pesar de la variedad de diseños, todos estos ejes montados tienen dos características comunes: la conexión rígida de las ruedas en el eje y el perfil de la sección de corte de la superficie de rodadura de la rueda, llamada perfil de la rueda.

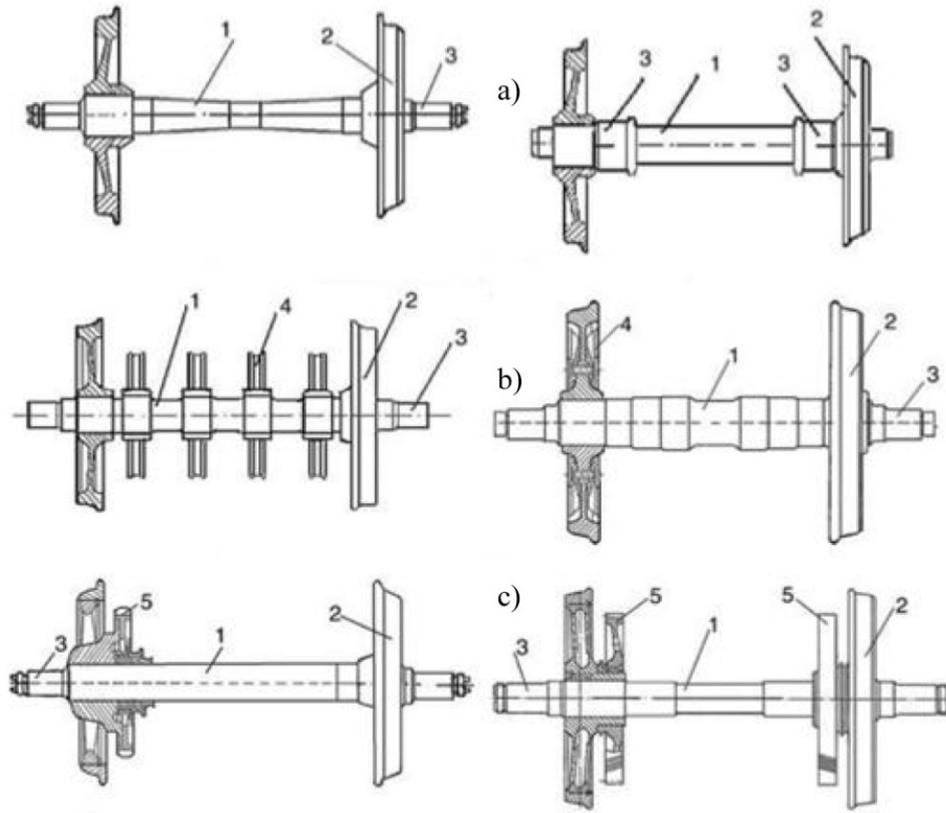


Figura 4.2 Tipos principales de los diseños del eje montado: (a) con los diarios externos e internos; (b) con los discos del freno en el árbol y en la rueda; (c) con la posición asimétrica y simétrica de los contactos de (1-árbol; 2-rueda; 3-diario; 4-disco del freno; 5-contacto de rodadura dentado).

## Las ruedas

Las ruedas y el eje son las partes más críticas del material rodante ferroviario. Un fallo mecánico o un mal diseño, pueden causar la rotura de algunos de estos elementos. Las tres partes más importantes de una rueda son: llanta, velo y cubo. Dependiendo de cómo sea la unión entre la llanta y el velo, las ruedas se pueden clasificar en tres grupos: centro y bandaje, monobloque y elástica. Las ruedas del eje montado comienzan su vida con un perfil de rodadura puramente cónico, típicamente 1/20 o 1/40. Estos perfiles de rodadura se desgastan a causa del servicio, de forma que pasan a tener una curvatura en dirección transversal. Las ruedas monobloques (figura 4.3) son de una sola pieza (forja o colada) y la unión entre el velo y llanta es efectuada por medio de un radio de acuerdo.

En caso de las ruedas de centro y bandaje, la llanta se une al velo a través de un aro metálico denominado cincillo, con calado en caliente. En este caso es posible cambiar la llanta conservando el velo y el cubo.

El deseo de reducir las fuerzas de interacción rueda-carril ha conducido al desarrollo de las ruedas elásticas. La unión entre la llanta y el velo se realiza por medio de una capa de material (elemento elástico) con un módulo bajo de elasticidad (caucho, poliuretano). Esto ayuda a atenuar las componentes de frecuencia más elevada de las fuerzas que actúan en el interfaz de la rueda-carril.

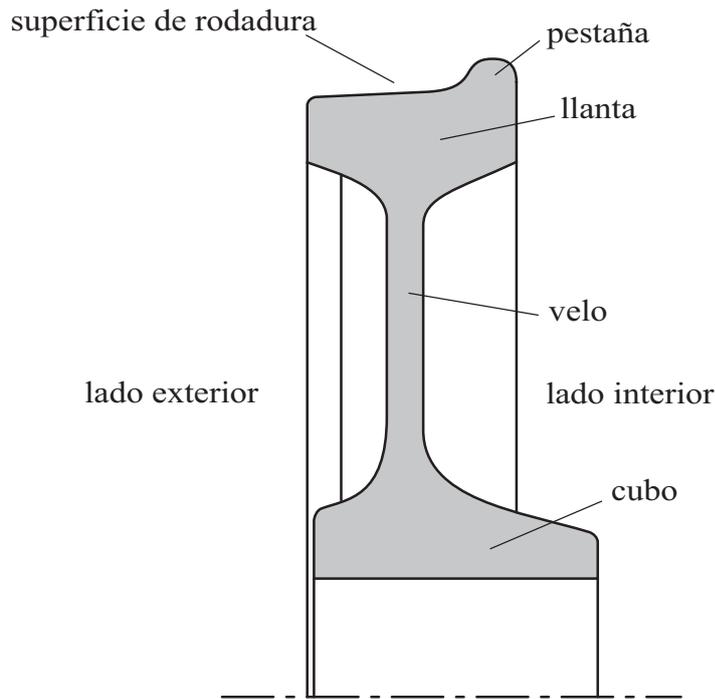


Figura 4.3 Rueda monobloque.

#### 4.3. MODELIZACIÓN Y ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA EJE-RUEDAS

Las vibraciones generadas por el contacto rueda-carril presentan un rango frecuencial por encima de 10 Hz [17, 18]. La presencia de las suspensiones primaria y secundaria, así como la elevada masa de la estructura del bogie y del coche, filtran las componentes de vibración por encima de 10 Hz y evitan que éstas se transmitan a través de las suspensiones. Por ello se proponen modelos numéricos de vibración vertical definidos por el eje ferroviario y la suspensión primaria, fijada al bogie que se considera en reposo.

Los modelos analíticos empleados usualmente son modelos de un solo grado de libertad de movimiento vertical y consideran una rueda rígida más la masa de medio eje suspendida del bogie mediante la suspensión primaria. Los modelos numéricos que se presentan consideran el eje ferroviario completo, con lo que permiten caracterizar el acoplamiento que se produce entre ambas ruedas a través del eje.

Se han desarrollado dos grupos de modelos numéricos del sistema eje-ruedas. El primer grupo incluye modelos en los que el eje se ha discretizado mediante una rutina de mallado automático con la interfaz WorkBench de ANSYS (WB). Para ello se ha partido de un modelo 3D de SolidWorks del eje completo.

El segundo grupo incluye modelos en los que la definición de los elementos finitos del sistema se ha realizado manualmente utilizando el módulo Ansys Parametric Design Language (modelos APDL). En este segundo caso el número de elementos empleado es mucho menor con lo que se consiguen tiempos de cálculo menores. A lo largo del presente apartado se analizan y comparan los resultados proporcionados por los dos grupos de modelos.

El eje ferroviario completo y la suspensión primaria considerados corresponden a un tren de la serie 1000 del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona. En el Anexo B se muestra un plano de un eje ferroviario de los coches de las serie 1000.

El primer modelo WB consiste en un eje ferroviario mallado automáticamente suspendido en sus extremos de elementos muelle-amortiguadores que representan la suspensión primaria (figuras 4.4 y 4.5). A su vez estos elementos se enlazan con un elemento fijo a la referencia que representa el bogie.

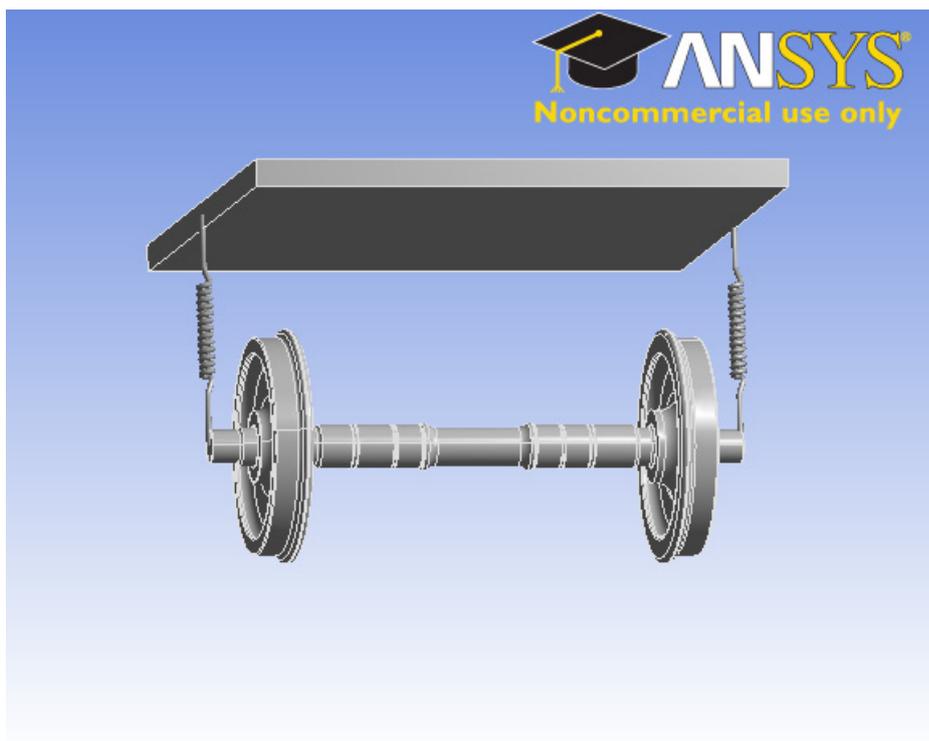


Figura 4.4 Modelo WB original del sistema.

La rigidez de los muelles se ha obtenido a partir del gráfico de elasticidad de las suspensiones (Anexo C), con la carga que corresponde al peso de las dos ruedas más el eje dividido por 2, dado que la suspensión primaria de un eje calado es de dos muelles. Este valor de rigidez es distinto del que presentan los muelles de la suspensión cargados con el peso del coche, pero este hecho no afecta a la comparación de los resultados obtenidos con los diferentes modelos que proporciona el análisis modal. Por la misma razón no se ha considerado el amortiguamiento de la suspensión. Los parámetros de los diferentes componentes del sistema eje ferroviario y suspensión primaria están definidos según la siguiente tabla 4.1. Las dimensiones del eje son importadas por ANSYS WorkBench directamente del archivo de CAD que proporciona SolidWorks. Además se pueden obtener del plano del eje recogido en el Anexo B.

Tabla 4.1 Valores de los parámetros de vía utilizados.

|  |                         |
|--|-------------------------|
| Módulo de elasticidad del acero                          | 210 GPa                 |
| Coefficiente de Poisson del acero                        | 0,3                     |
| Densidad del acero                                       | 7850 kg/m <sup>3</sup>  |
| Masa de cada rueda                                       | 310,7 kg                |
| Masa del eje   | 265,97 kg               |
| Rigidez vertical del conjunto de elementos de suspensión | 7,4 10 <sup>5</sup> N/m |

El mallado automático del eje con elementos tetraédricos produce elementos de pequeñas dimensiones para reproducir fielmente la geometría del eje. Ello implica un gran número de elementos, en concreto 13030. Esto se puede visualizar en la figura 4.5.

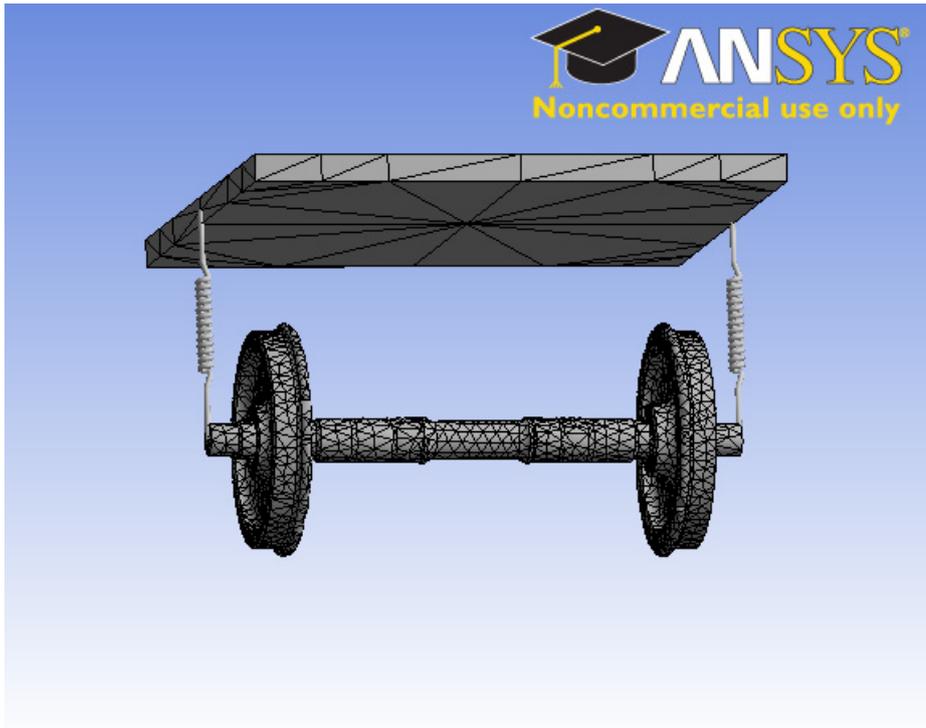


Figura 4.5 Mallado del modelo WB.

Para reducir el tiempo de cálculo, y sabiendo que la fuerza de contacto rueda-carril que generan las vibraciones es básicamente vertical en tramos rectos, se restringen los grados de libertad de los nodos permitiendo solo el movimiento en el plano definido por las direcciones vertical x y longitudinal al eje y.

Sabiendo que los trenes considerados tienen velocidades inferiores a 100 km/h [12, 73], el rango de frecuencias considerado es de 0 hasta 400 Hz, ya que el mecanismo de generación de vibraciones no produce componentes significativas de frecuencia por encima de este rango.

Al aplicar un análisis modal según ANSYS Workbench (WB), se han encontrado seis modos propios en el rango de frecuencias considerado. Los modos propios aparecen según el siguiente orden. El primero aparece a 0 Hz y corresponde a la translación del eje según su dirección longitudinal x. El segundo se presenta a 6,5 Hz y se trata del modo propio de translación vertical del eje, según y. Después, a 10,3 Hz, aparece otro modo que representa la rotación del sistema eje-ruedas en torno a su centro de gravedad según z. A 94,5 Hz se presenta el primer modo de flexión del eje y finalmente a las frecuencias 195,6 Hz y 387 Hz, se presentan respectivamente el segundo y el tercer modo de flexión de dicho eje.

Para disminuir todavía más el tiempo de cálculo, se ha creado otro modelo en ANSYS Workbench simplificando la geometría del eje del sistema. Se ha escogido un eje de diámetro único para la modelización. Para que el nuevo modelo creado, WB1, tenga la misma masa que el modelo anterior, se ha cambiado la densidad del eje, conservando la misma longitud. Se ha elegido el diámetro más grande del eje original, es decir 0,16 m (figura.4.6).

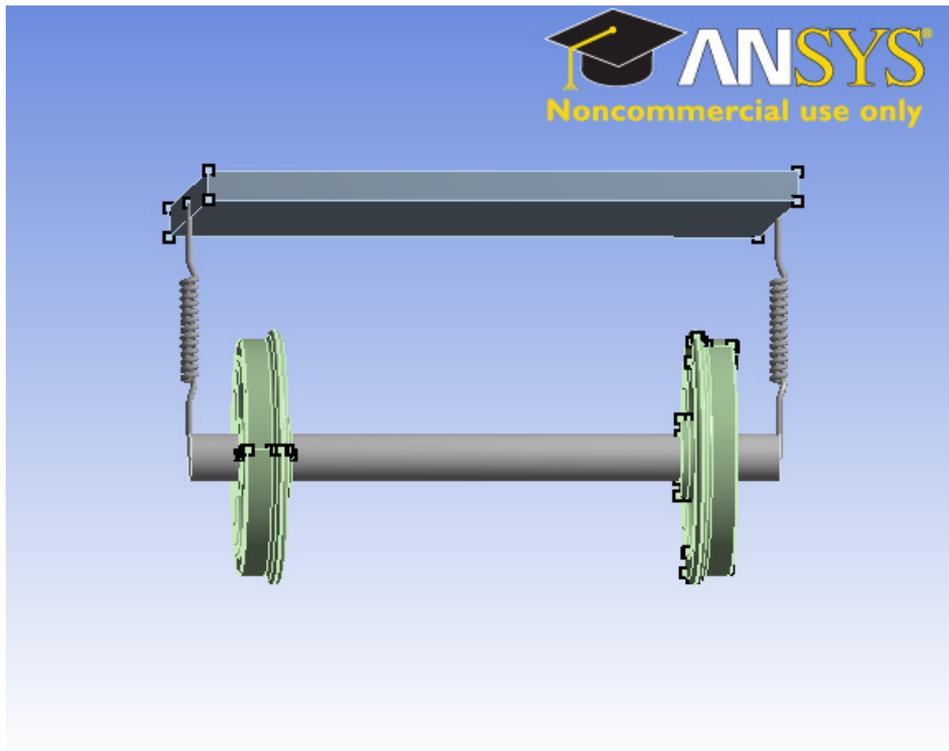


Figura 4.6 Modelo simplificado WB1

El nuevo modelo WB1, con las mismas condiciones de contorno y restricciones que el modelo anterior, constituye una buena aproximación del sistema real. Así para el modelo WB1 se utiliza un mallado diferente aplicado al nuevo eje considerado, como se puede apreciar en la siguiente figura 4.7. Se han utilizado elementos tetraédricos para las ruedas porque tienen geometrías complicadas; en cambio el eje ha sido mallado utilizando elementos cúbicos, es por eso que en este caso el sistema sólo contiene 5651 elementos.

Como consecuencia, el análisis modal con el modelo WB1 requiere menos tiempo que con el modelo WB inicial. Se han encontrado cinco modos propios en el rango de frecuencias de interés. Por supuesto, el primero ocurre a 0 Hz y corresponde a la translación según  $x$  (figura 4.8.a). El segundo, aparece a 6,5 Hz y es el mismo que para el modelo anterior, es decir una translación del sistema según  $y$  (figura 4.8.b). Después, a 9 Hz se presenta el modo asociado a la rotación del sistema eje-ruedas en torno a su centro de gravedad según  $z$  (figura 4.8.c). Finalmente, a 102 Hz se tiene el primer modo de flexión del eje (figura 4.8.d) y a 207 Hz el segundo modo de flexión del eje (figura 4.8.e).

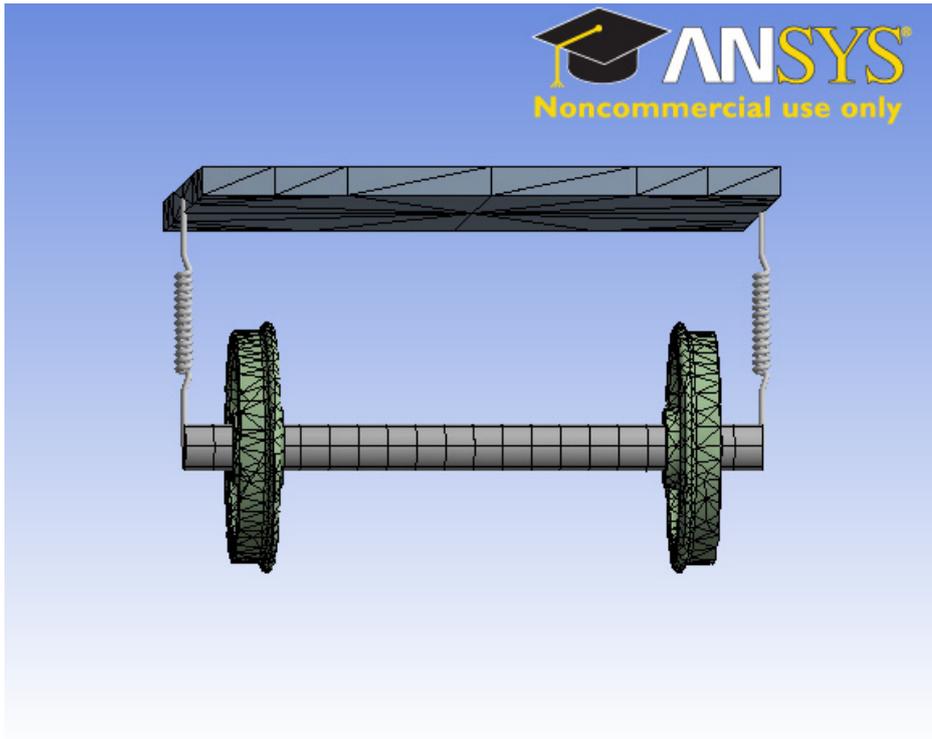


Figura 4.7 Modelo simplificado WB1.

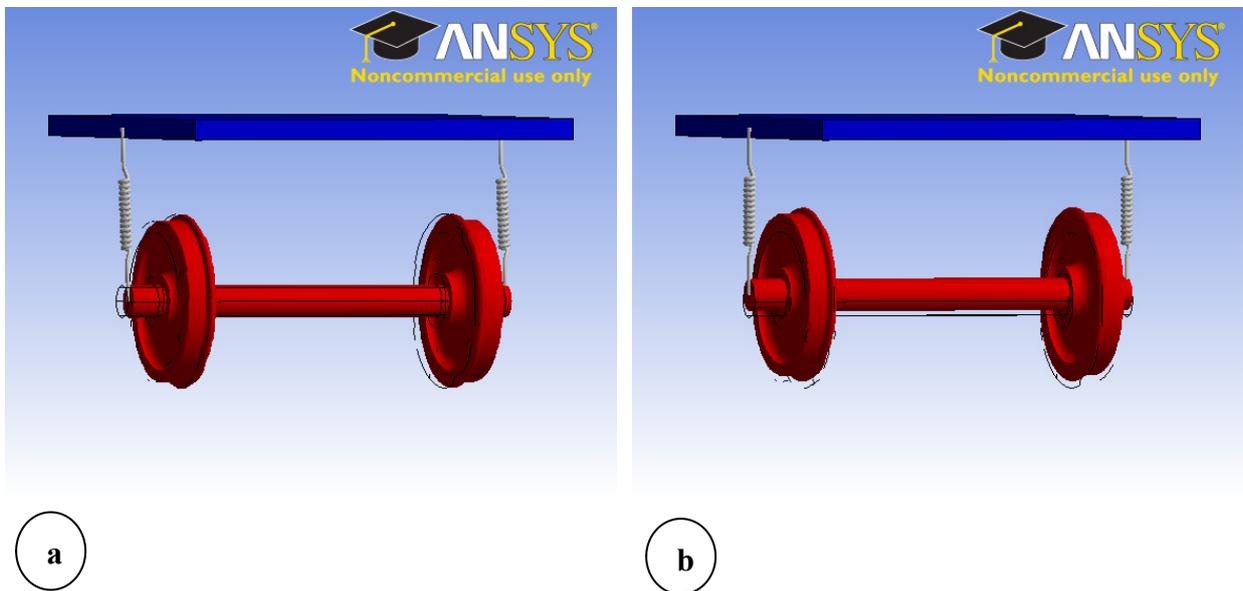


Figura 4.8 (a) primer modo de translación según x; (b) segundo modo de translación según y.

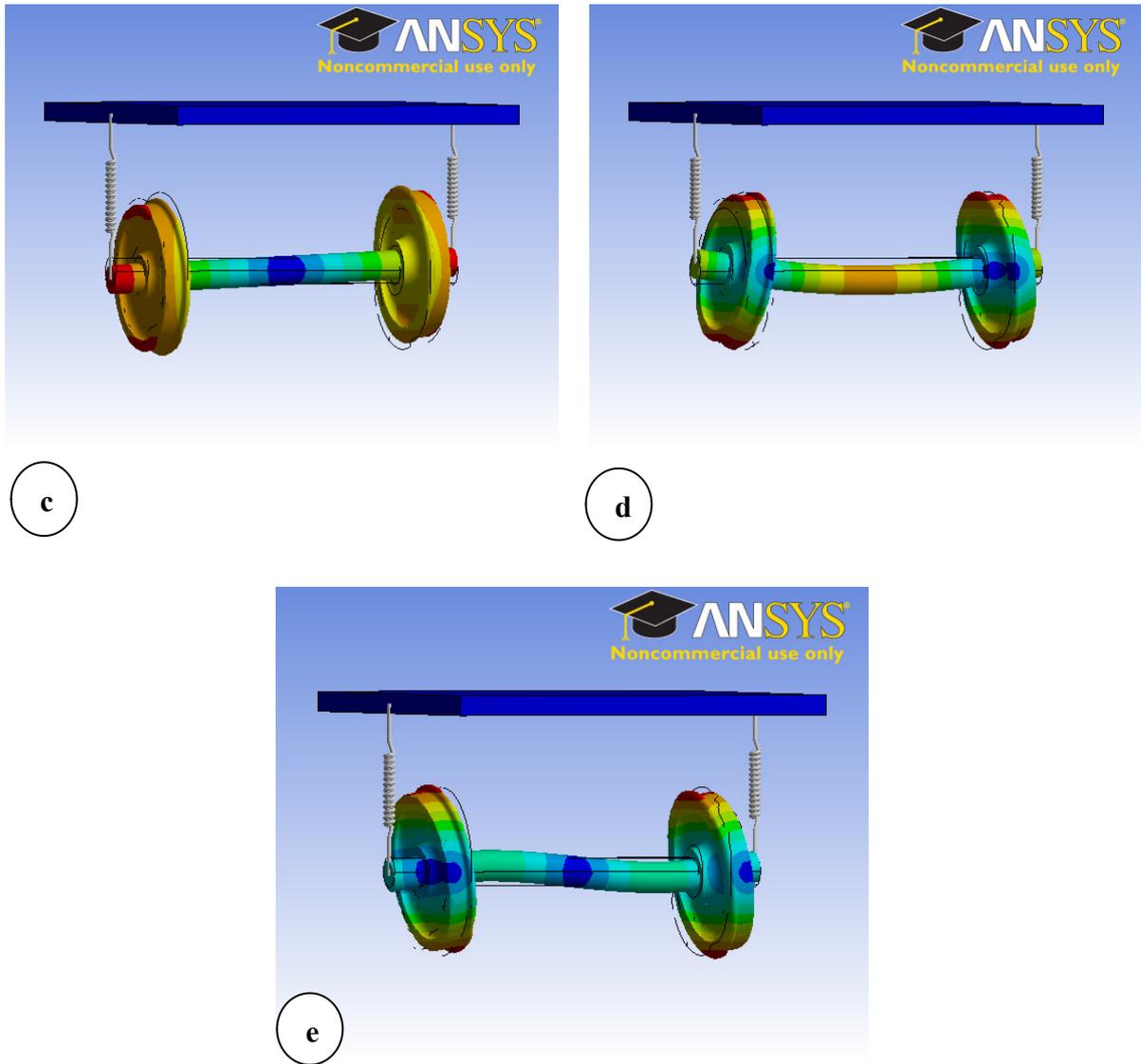


Figura 4.8 (c) rotación del sistema según z; (d) primer modo de flexión del eje; (e) segundo modo de flexión del eje.

En la siguiente tabla 4.2 se presenta la comparación de los resultados del análisis modal de los dos modelos. Los 5 primeros modos son los mismos que los obtenidos con la modelización precedente con unas pequeñas variaciones en las frecuencias.

Tabla 4.2 Comparación entre los 2 modelos WB.

| Modo | $f$ (Hz) Modelo WB1 | $f$ (Hz) Modelo WB | Forma         |
|------|---------------------|--------------------|---------------|
| 1    | 0                   | 0                  | Tr(x)         |
| 2    | 6,5                 | 6,5                | Tr(y)         |
| 3    | 9,0                 | 10,3               | Rot(z)        |
| 4    | 102,0               | 94,5               | Flexión 1 eje |
| 5    | 207,4               | 195,6              | Flexión 2 eje |
| 6    | 438,0               | 386,9              | Flexión 3 eje |

El sexto modo propio corresponde a la tercera flexión del eje. Este modo aparece a 387 Hz en el modelo numérico WB, en cambio en el modelo WB1 aparece también, pero a 438 Hz (frecuencia por encima de 400 Hz), por eso no se había encontrado.

Con el fin de reducir aún más el tiempo de cálculo, y así poder utilizar el modelo de eje en un modelo global de generación de vibraciones causadas por el contacto rueda-carril, se han desarrollado diversos modelos de eje ferroviario utilizando el módulo APDL de ANSYS 13 que permite definir los modelos de forma manual y mucho más flexible. Se puede trabajar eligiendo directamente los elementos del sistema con sus propios nodos lo cual permite realizar de forma eficiente el análisis completo del contacto rueda-carril.

Se han creado varios modelos en ANSYS APDL a partir del primer modelo numérico real creado en ANSYS WB. Primero, se ha creado un modelo APDL1 (figura 4.9). Para simular el eje se han utilizado varios elementos tipo viga (100 vigas de igual longitud) y para las ruedas, elementos tipo masa puntual. Para los muelles que representan la suspensión primaria, se han utilizado elementos tipo muelle-amortiguador.

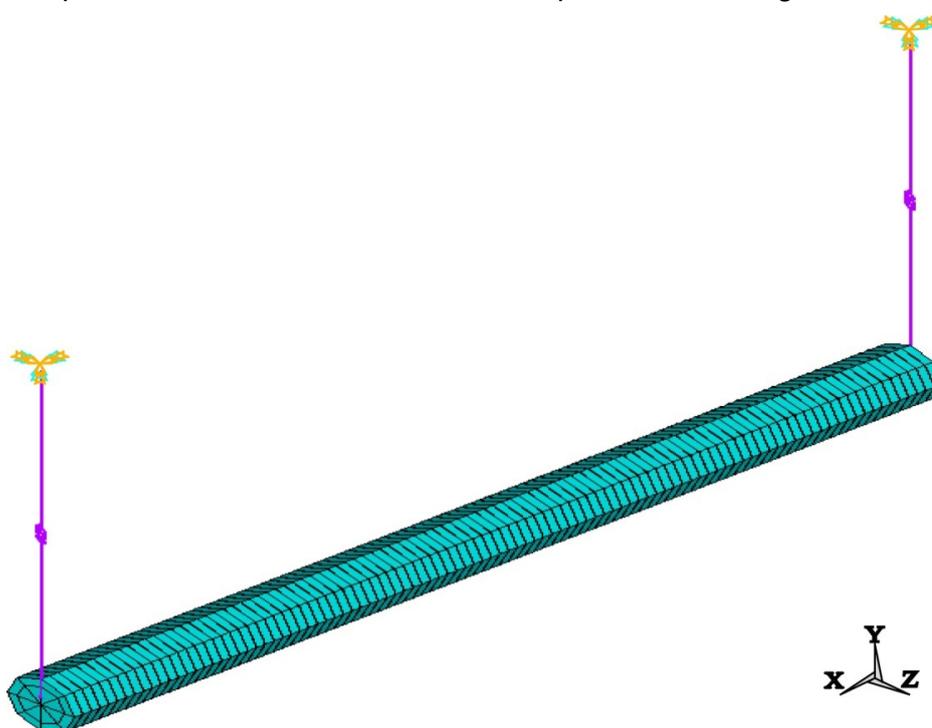


Figura 4.9 Modelo APDL1, 100 vigas

El modelo incluye las mismas restricciones expuestas anteriormente en el análisis modal de los modelos numéricos de ANSYS WB. En ANSYS APDL, al realizar el análisis modal con el nuevo modelo APDL1, se encuentran diferencias poco significativas entre las frecuencias propias halladas con los modelos APDL1 y WB1 (tabla 4.3). En todo caso son inferiores al 3,5 %. El modelo APDL1 presentado en la figura 4.9 dispone de 104 elementos.

Tabla 4.3 Comparación WB1-APDL1.

| Modo | $f$ (Hz) WB1 | $f$ (Hz) APDL1 | Forma         |
|------|--------------|----------------|---------------|
| 1    | 0            | 0              | Tr(x)         |
| 2    | 6,5          | 6,5            | Tr(y)         |
| 3    | 9,0          | 9,0            | Rot(z)        |
| 4    | 102,0        | 98,9           | Flexión 1 eje |
| 5    | 207,4        | 199,7          | Flexión 2 eje |

El siguiente modelo APDL2 (figura 4.10), describe las ruedas mediante elementos tipo viga de radio igual al radio exterior de las ruedas, 0,4 m. De este modo se pretende considerar la inercia asociada al giro de las ruedas que interviene en los modos 3, 4 y 5. Para que la masa de las ruedas sea la correcta, se ha modificado la densidad del material de las mismas.

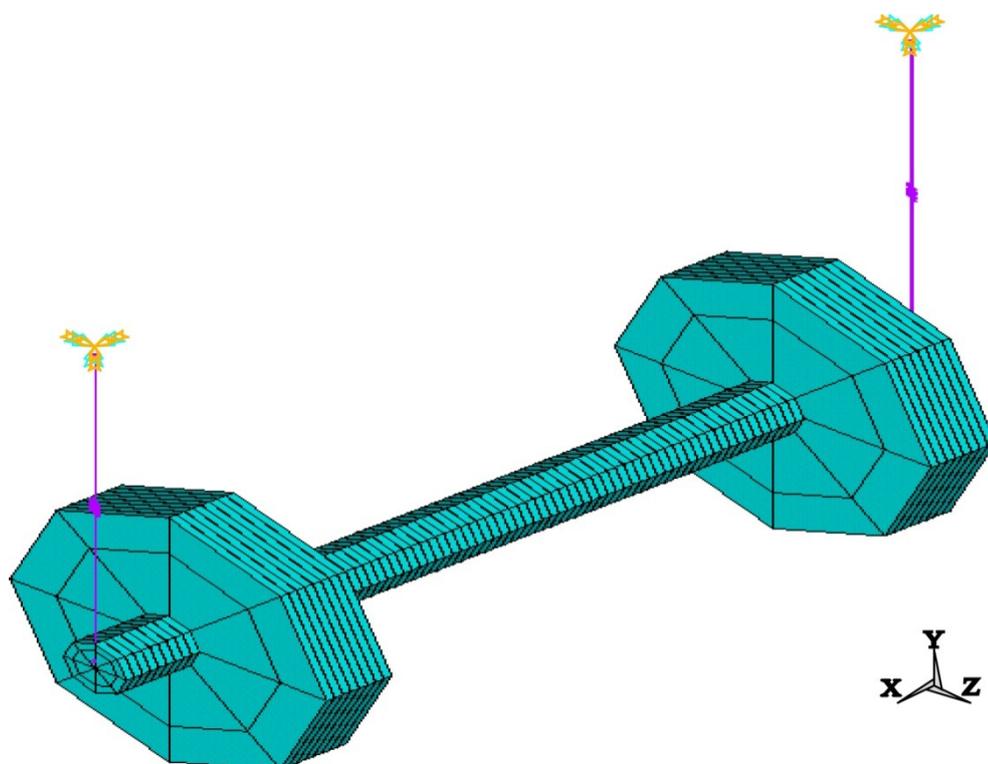


Figura 4.10 Ruedas consideradas como vigas (APDL2).

Igual que en caso anterior, se observa que las diferencias entre los resultados de los modelos APDL2 y WB1 son pequeñas. Solo en el caso del modo 5 se presenta una diferencia más apreciable en su frecuencia propia. Este hecho se atribuye a la modelización de las ruedas como vigas cilíndricas cuando la forma de las ruedas es más compleja, con la llanta, el velo y el cubo. Como conclusión, se puede decir que el modelo APDL2 no aporta una mejora apreciable respecto del modelo APDL1 cuando se comparan con el WB1 (tabla 4.4), a pesar de utilizar menos elementos (102 elementos) y considerar la inercia al giro.

Tabla 4.4 Comparación WB1-APDL2.

| Modo | $f$ (Hz) WB1 | $f$ (Hz) APDL2 | Forma         |
|------|--------------|----------------|---------------|
| 1    | 0            | 0              | Tr(x)         |
| 2    | 6,5          | 6,5            | Tr(y)         |
| 3    | 9,0          | 9,1            | Rot(z)        |
| 4    | 102,0        | 105,1          | Flexión 1 eje |
| 5    | 207,4        | 239,7          | Flexión 2 eje |

Otro modelo APDL desarrollado, el APDL3, es similar al APDL1 pero considerando la geometría real del eje, con sus cambios de sección. La figura 4.11 muestra el nuevo modelo numérico APDL3.

También se ha ajustado la densidad del material del eje para que coincida con la del eje real. Las ruedas en este modelo numérico, al igual que en el modelo APDL1, se representan como masas puntuales. Este último modelo se compone de 104 elementos.

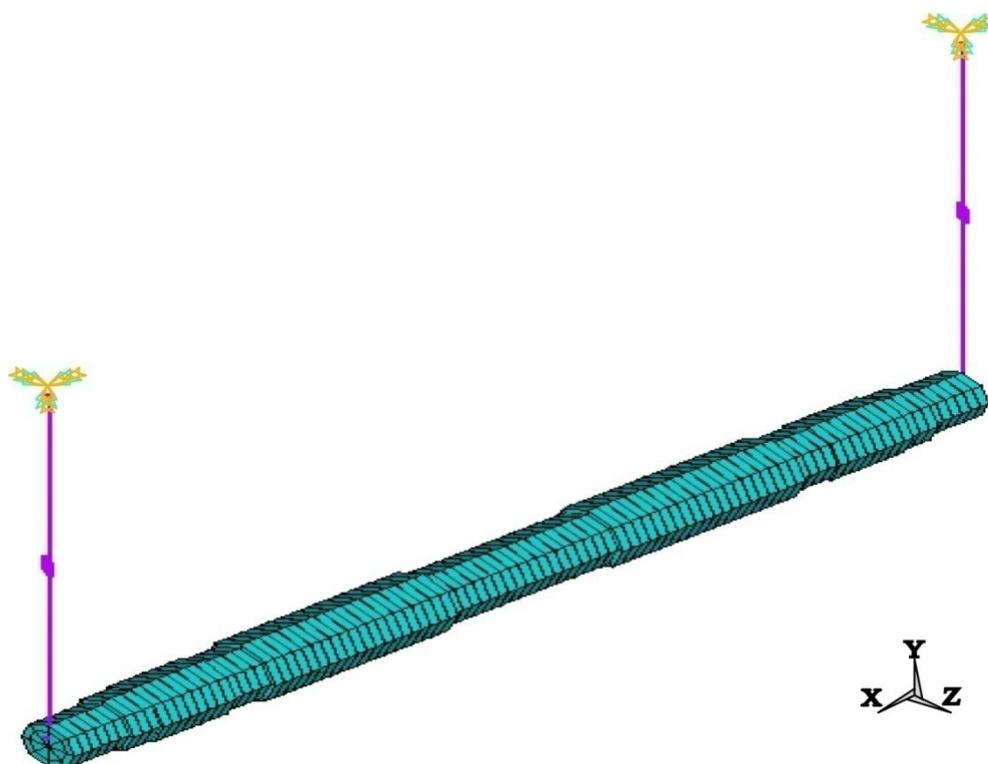


Figura 4.11 Modelo del eje preciso (APDL3).

Los resultados de este modelo APDL3 se comparan con los del modelo WB original (tabla 4.5), ya que éste es el que representa la geometría original del eje.

Tabla 4.5 Comparación WB-APDL3.

| Modo | $f$ (Hz) WB | $f$ (Hz) APDL3 | Forma         |
|------|-------------|----------------|---------------|
| 1    | 0           | 0              | Tr(x)         |
| 2    | 6,5         | 6,5            | Tr(y)         |
| 3    | 10,3        | 9,2            | Rot(z)        |
| 4    | 94,5        | 88,6           | Flexión 1 eje |
| 5    | 195,6       | 181,7          | Flexión 2 eje |
| 6    | 386,9       | 383,5          | Flexión 3 eje |

Se observa que el modelo APDL3 muestra resultados con una precisión similar a la del modelo APDL1 cuando se comparan con los resultados del modelo WB. Incluso los resultados del modelo APDL1 se ajusta mejor a los del modelo WB para los primeros modos. Finalmente, sabiendo que cuantos más elementos tenga el modelo numérico, mayor será el tiempo de cálculo, y buscando siempre el modelo más sencillo posible pero manteniendo la suficiente precisión, se ha desarrollado un último modelo, el APDL4 (figura 4.12).

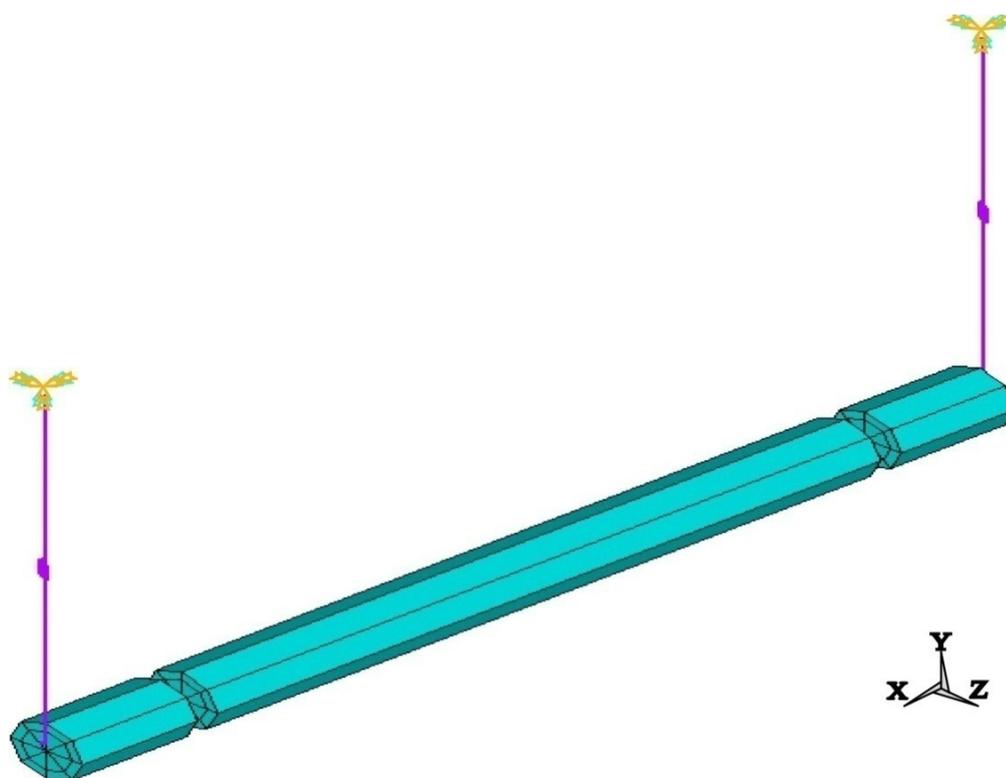


Figura 4.12 modelo de 3 vigas y dos masas puntuales (APDL4).

La figura 4.12 representa el modelo APDL4. Este modelo se compone sólo de tres vigas, una viga central y dos vigas laterales. Entre ellas se sitúan dos masas puntuales que representan las ruedas, del mismo modo que en los modelos APDL1 y APDL3. Se observa que la elección de pocos elementos en la modelización permite limitar de forma muy apreciable el tiempo de cálculo, lo cual será muy útil a la hora de la modelización del contacto rueda-carril, dado que en este caso el modelo solo contiene 7 elementos y 6 nodos. Los elementos son las tres vigas, las dos masas puntuales que representan las ruedas y los dos elementos de la suspensión primaria.

Tabla 4.6 Comparación WB1-APDL4.

| Modo | $f$ (Hz) WB1 | $f$ (Hz) APDL4 | Forma         |
|------|--------------|----------------|---------------|
| 1    | 0            | 0              | Tr(x)         |
| 2    | 6,5          | 6,5            | Tr(y)         |
| 3    | 9,0          | 9,0            | Rot(z)        |
| 4    | 102,0        | 97,8           | Flexión 1 eje |
| 5    | 207,4        | 198,0          | Flexión 2 eje |

La tabla anterior 4.6 presenta los resultados del análisis modal del modelo APDL4 en comparación con el modelo WB1. Esta comparación, confirma que el último modelo numérico es suficientemente fiable, así que este es el modelo que se utilizará para describir el comportamiento del eje ferroviario y en el análisis armónico del mismo que se presenta en el siguiente sub-apartado. De hecho, dicho modelo representa un buen compromiso entre simplicidad y precisión.

#### 4.4. ANÁLISIS HARMÓNICO DEL SISTEMA EJE-RUEDAS

El segundo tipo de análisis dinámico que se presenta en este capítulo, es el análisis armónico del sistema estudiado. La respuesta armónica que se ha determinado es la producida por una fuerza excitadora armónica vertical aplicada en la zona de contacto entre rueda y carril. Esta fuerza representa la fuerza vibratoria generada en el contacto. En concreto se representa la receptancia, que relaciona el desplazamiento vertical del centro de la rueda con la fuerza excitadora vertical. Se han considerado las mismas restricciones de desplazamiento que se utilizaron en el análisis modal. Se ha aplicado el análisis armónico al segundo modelo WB1 y al modelo APDL4 (figura 4.13).

Es importante resaltar que para el cálculo de la respuesta armónica, las rigideces y amortiguamientos considerados para describir la suspensión primaria son diferentes que los considerados en el análisis modal presentado en el apartado anterior. En el análisis modal no se ha considerado amortiguamiento para simplificar el cálculo de los modos propios, y la rigidez se ha obtenido a partir de la elasticidad de los elementos de la suspensión mostrada en el gráfico del Anexo C. Estas consideraciones han sido suficientes a efectos de comparación entre los diferentes modelos expuestos.

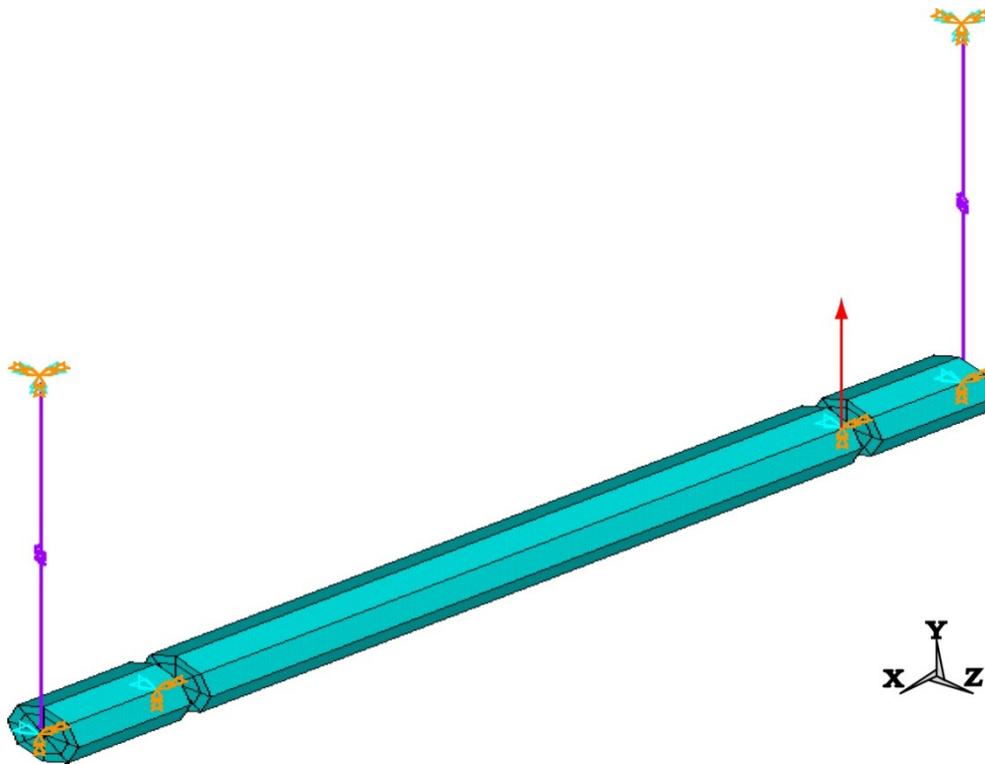


Figura 4.13 Modelo del análisis.

Para el análisis armónico, la determinación de las constantes de rigidez y de amortiguamiento viscoso de la suspensión primaria se ha basado en el procedimiento empleado en trabajos anteriores [18, 21], en los que un modelo de un grado de libertad representa el conjunto de rueda más suspensión primaria. Por las mismas razones que las expuestas en el análisis modal, el bogie se considera como un elemento rígido y fijo a la referencia.

La ecuación del movimiento para el sistema rueda más suspensión, suponiendo que ésta se encuentra comprimida por el efecto de la carga del coche, es la siguiente:

$$F(t) = m_r \ddot{y}_G + c_r \dot{y}_G + k_r y_G + \left( \frac{P}{8} + m_r g - k_r y_{G0} \right) \quad (4.1)$$

Donde,  $F$  representa la fuerza de contacto rueda-carril,  $m_r$  es la masa de la rueda más la mitad del eje,  $y_G$  es la coordenada que gobierna el desplazamiento vertical del centro

de la rueda,  $k_r$  y  $c_r$  corresponden respectivamente a las constantes de rigidez y de amortiguamiento viscoso de la suspensión primaria,  $P$  es el peso del vehículo repartido entre las ocho ruedas de un coche del ferrocarril metropolitano y  $y_{G_0}$  es la posición inicial de equilibrio del centro de la rueda. La constante de rigidez del modelo de suspensión, se ha calculado a partir de la frecuencia propia del sistema constituido por una masa, equivalente a la octava parte de la masa de un coche del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona cargado, según lo especificado en la ecuación siguiente:

$$f_{0\text{coche}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8k_r}{m_{\text{coche}}}} \quad (4.2)$$

Dado que las oscilaciones de la suspensión del bogie deben ser bajas para asegurar el confort de los pasajeros, se ha escogido una frecuencia propia del coche de 3 Hz, tomando en cuenta la masa de un coche motriz del tipo S/6000 a plena carga (49850 kg). De este modo se ha obtenido una constante de rigidez  $k_r$  de valor 2,21 MN/m.

Por otro lado, el parámetro de amortiguamiento viscoso se ha determinado mediante el empleo de la razón de amortiguamiento del sistema, considerando igualmente la octava parte de la masa del coche. Dicho amortiguamiento reducido se determina a partir de la ecuación 4.3.

$$\zeta_{\text{coche}} = \frac{c_r}{2\sqrt{k_r \frac{m_{\text{coche}}}{8}}} \quad (4.3)$$

Si se escoge la razón de amortiguamiento del coche  $\zeta_{\text{coche}}$  igual a  $\sqrt{2}/2$ , que corresponde al amortiguamiento crítico para el cual el coche prácticamente no oscilará debido a perturbaciones, se obtiene una constante de amortiguamiento viscoso  $c_r$  igual a 165,96 kNs/m. Con estos valores de rigidez y amortiguamiento, y con los parámetros dimensionales y de inercia del eje más ruedas, se ha determinado la respuesta armónica para cada rueda. La rueda 1 es la rueda excitada, en la que se aplica la fuerza armónica que representa la fuerza de contacto rueda-carril. La rueda 2 es la rueda no excitada. Se ha obtenido la receptancia dentro del rango de frecuencias de interés para los dos modelos APDL4 y WB1.

La figura 4.14 representa la respuesta armónica definida como la receptancia  $R(f)$  de la rueda excitada1. Cabe recordar que la receptancia es la función que relaciona el desplazamiento vertical del centro de la rueda con la fuerza excitadora en función de la frecuencia. La ecuación que describe esta receptancia es análoga a la definida en el capítulo 3 para la receptancia de la vía (ecuación 3.4). La figura 4.15 representa la receptancia de la rueda 2 no excitada obtenida con los dos modelos.

Se puede ver que la receptancia  $R(f)$  va disminuyendo con la frecuencia para los dos modelos y en las dos ruedas. Se nota que los resultados obtenidos con los dos modelos, APDL4 y WB1, concuerdan de forma satisfactoria, sobre todo en la banda de frecuencias hasta los 100 Hz, que es la más significativa. La diferencia más importante entre la utilización de los dos modelos se encuentra en el tiempo de cálculo.

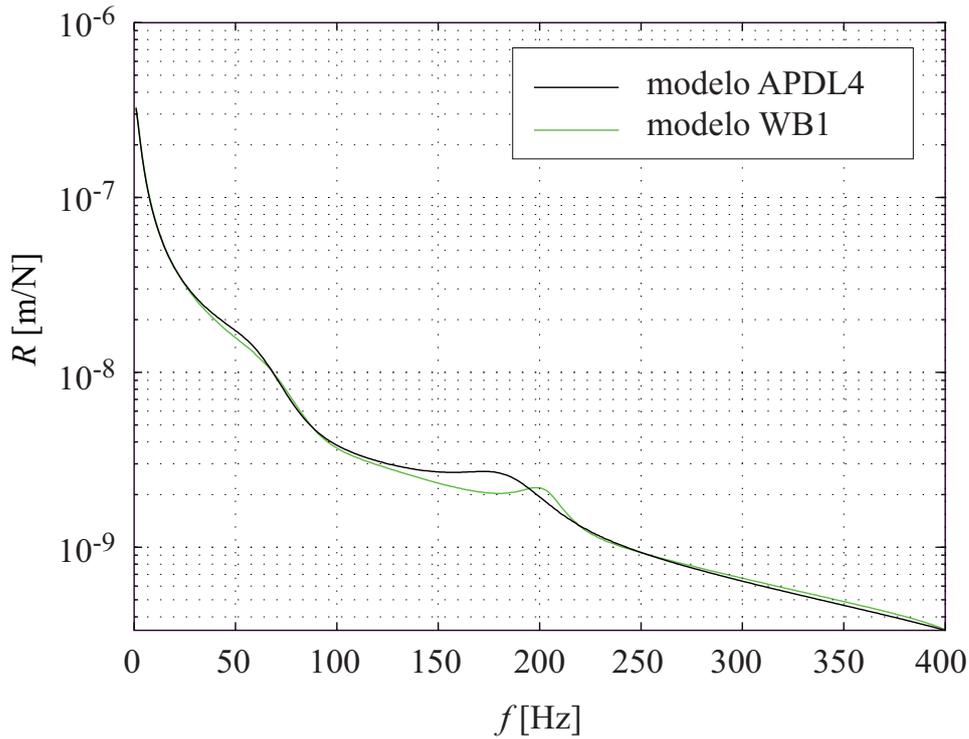


Figura 4.14 Comparación de la receptancia de la rueda 1 excitada obtenida con los modelos APDL4 y WB1.

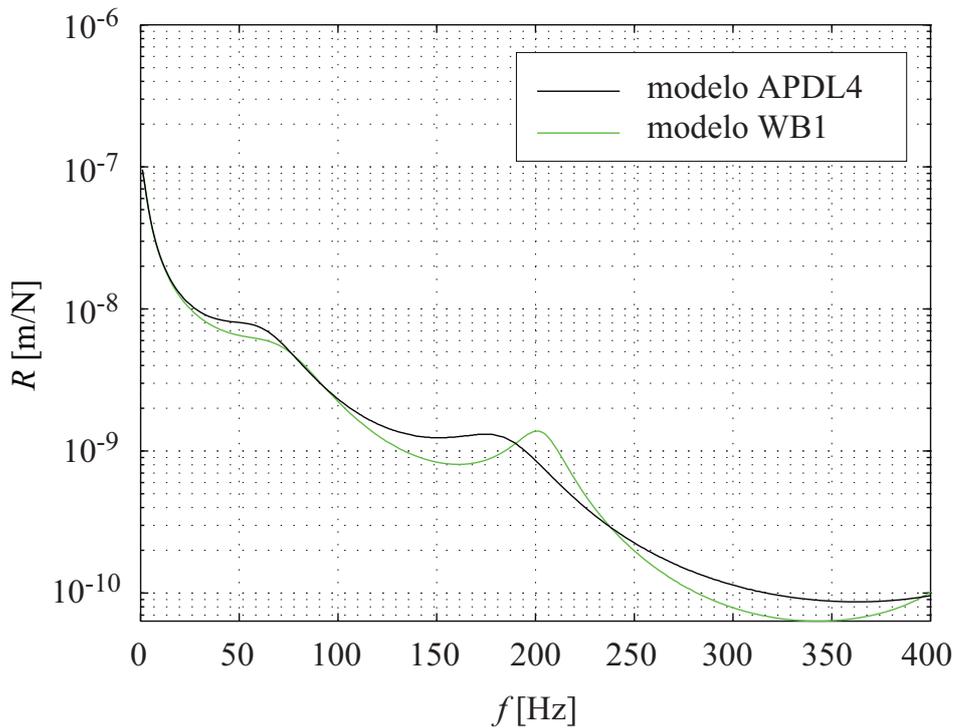


Figura 4.15 Comparación de la receptancia de la rueda 2 obtenida con los modelos APDL4 y WB1.

Para el modelo WB1, el cálculo dura 1 hora mientras que el análisis armónico con el modelo APDL4 requiere solo 5 segundos. También se observa que la receptancia es mayor en la rueda 1, donde se aplica la fuerza, que en la rueda 2. Este resultado es lógico si se piensa en la atenuación de las vibraciones que se propagan a través del eje. No obstante la receptancia en la rueda 2 no es despreciable si se compara con la de la

rueda 1. Esto indica que la fuerza generada en uno de los contactos rueda-carril puede estar relacionada con la fuerza generada en el otro contacto. Se puede producir acoplamiento entre ambos mecanismos de generación de vibraciones a través del eje.

La comparación de los resultados obtenidos con ambos modelos valida aun más el modelo compuesto de 3 vigas y 2 masas (APDL4) para la simulación del sistema eje-rueda de un tren. La simplicidad del modelo afecta poco la precisión de los resultados, pero permite reducir considerablemente el tiempo de cálculo. Esta propiedad será muy útil para el estudio del comportamiento del modelo en sistemas más complejos.

---

#### **4.5. CONCLUSIONES**

Se han desarrollado modelos mediante los módulos Workbench y APDL de ANSYS 13 que representan el sistema eje-ruedas del bogie de un tren. Estos modelos proporcionan resultados similares en los dos tipos de análisis empleados: el modal y el armónico. Se llega a la conclusión que el modelo APDL4 es el más simple y menos costoso en tiempo de cálculo, permite describir correctamente el comportamiento vibratorio del sistema, y por tanto puede ser utilizado en modelos más complejos de contacto rueda-carril.

Se constata que el modelo numérico simple del sistema eje-ruedas permite estudiar aspectos del comportamiento vibratorio del sistema, como por ejemplo la relación entre los niveles de vibración en las zonas de contacto rueda-carril de las dos ruedas del mismo eje, que otros modelos no pueden facilitar. Por ejemplo, utilizando el modelo numérico del sistema eje-ruedas y para los parámetros descritos, se ha comprobado que se produce una interacción significativa entre ambas ruedas. Asimismo, el modelo numérico facilita el análisis de los principales factores que intervienen en la generación de vibraciones en el contacto rueda-carril y su transmisión al entorno.

Dado que se dispone de modelos numéricos fiables que describen diferentes tipos de vía, y un modelo numérico que representa de una manera simple el sistema eje-ruedas más suspensión primaria, el paso siguiente es desarrollar modelos numéricos del conjunto vía-eje ferroviario más suspensión primaria. Gracias a estos modelos numéricos, se puede analizar la transmisión de vibraciones entre ambos carriles a través de dicho conjunto, aspecto que otros modelos, como los de media vía, no permiten estudiar.



## 5. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA RECEPTANCIA

### 5.1. INTRODUCCIÓN

La medición de las vibraciones juega un papel muy importante en el desarrollo de técnicas para reducirlas o bien controlarlas y en el establecimiento de límites en los niveles de ruido de la maquinaria o la estructura existente en una instalación industrial. Por ejemplo, se puede citar que aproximadamente el 50% de las averías en máquinas rotativas se deben a desalineaciones en los ejes. Las máquinas mal alineadas generan cargas y vibraciones adicionales, causando daños prematuros en rodamientos, obturaciones y acoplamientos, también aumenta el consumo de energía. Gracias a los avances de la electrónica, actualmente se tienen instrumentos de medición altamente sofisticados que permiten cuantificar la vibración de manera precisa a través de diversos principios. Es por esto que un buen entendimiento de los transductores empleados es muy importante y las técnicas utilizadas para la medición de vibraciones y su interfaz con los sofisticados equipos de instrumentación y de adquisición de datos.

El Laboratorio de Vibraciones del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Politécnica de Catalunya colabora regularmente con la empresa del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona (FCMB) [74 a 80]. Esta colaboración se inició cuando esta empresa introdujo un programa de monitorizado por vibraciones del estado de sus diferentes tipos de vías en servicio y de la rodadura de los bogies de sus trenes.

El objetivo del programa es dotar FCMB con un sistema que permita determinar cuando es necesario cambiar alguno o varios de los elementos que componen las vías o bien cuando se debe tornear las ruedas de los trenes. De este modo, se trata de ajustar al máximo la vida útil del elemento en servicio, y sobre todo controlar el nivel de las vibraciones que se transmiten al entorno, nivel que aumenta con el deterioro del perfil de rodadura de las ruedas.

En publicaciones anteriores [81, 82, 83] se han presentado modelos numéricos de vía, basados en elementos finitos, que permiten caracterizar de forma más fiel el comportamiento vibratorio de la misma. Estos modelos se han desarrollado empleando ANSYS 13, y se han aplicado al estudio de distintos tipos de vía: vía clásica con traviesas de hormigón y balasto, vía con fijaciones DFF (*Direct Fixation Fastening*) y vía tipo bloque con y sin riostra entre bloques de hormigón. En el tercer capítulo, la receptancia de estos últimos modelos numéricos ha sido comparada con la respuesta proporcionada por modelos analíticos presentados en publicaciones anteriores [2, 26].

En el presente capítulo se presentan modelos numéricos adaptados para una vía clásica con traviesas de madera sobre balasto y una vía bloque con riostra. Los resultados obtenidos se expresan en forma de respuesta en frecuencia de la vía y se comparan con los resultados experimentales procedentes de medidas realizadas sobre vías ferroviarias del tipo mencionado, que se encuentran en servicio en el Ferrocarril Metropolitano de Barcelona. Esta comparación se utiliza para validar los modelos numéricos de vía presentados en el capítulo 3.

### 5.2. METODOLOGÍA PARA OBTENER EXPERIMENTALMENTE LA RESPUESTA FRECUENCIAL DE LA VÍA

La medida y análisis de vibraciones es una parte fundamental del estudio de las causas que provocan vibraciones en los sistemas mecánicos. Los datos experimentales obtenidos a partir de las mediciones se utilizan para caracterizar el comportamiento vibratorio de dichos sistemas, determinar sus parámetros dinámicos y validar los modelos teóricos empleados para su estudio, como en el caso del presente trabajo.

Un sistema de medición y procesamiento de señales de vibración basado en ordenador suele estar formado típicamente por los siguientes componentes: uno o varios transductores de vibraciones (*acelerómetros, LVDTs, sondas de corrientes Eddy*), un sistema de acondicionamiento de las señales y finalmente un sistema de adquisición de los datos que digitaliza las señales y las transfieren al ordenador. Mediante una aplicación asociada al sistema de adquisición, se tratan los datos para poder realizar los cálculos y análisis pertinentes.

La determinación experimental de la respuesta frecuencial de un sistema mecánico se puede efectuar básicamente de dos maneras:

- a) Excitando la estructura con una carga armónica de frecuencia creciente o decreciente y captando la señal de vibración en diferentes localizaciones. La relación entre las señales captadas y la excitación para cada frecuencia proporciona las Funciones de Respuesta en Frecuencia (FRF).
- b) Aplicando una única excitación impulsiva o aleatoria y empleando la Transformada de Fourier para obtener las densidades espectrales de potencia de las señales medidas y la señal de excitación, y hallar las FRF.

El primer método es más robusto que el segundo, o sea menos sensible a ruidos y a otros factores que afectan la calidad de las mediciones. Sin embargo a pesar de ser conceptualmente mucho más simple, es más lento que el segundo porque cada carga debe aplicarse numerosas veces hasta cubrir el rango de frecuencias de interés. Además la excitación debe aplicarse durante un tiempo hasta que la estructura esté vibrando en régimen estacionario.

El segundo método es más sencillo de aplicar, pero su fundamento teórico es más complicado y es más susceptible a problemas numéricos y a perturbaciones en el proceso de medición. A diferencia del primer método, aquí se trata de excitar simultáneamente a la estructura en un ancho de banda de frecuencias lo suficientemente amplio como para suplir energía a todas las frecuencias de interés.

Para la determinación experimental de la respuesta frecuencial de los dos tipos de vía estudiados, se adopta el primero de los métodos expuestos, excitando el carril de la vía férrea con una fuerza armónica de frecuencia creciente, debido a las ventajas antes citadas y además porque se dispone previamente del equipo para efectuar este tipo de ensayo.

En la figura 5.1 se presenta un esquema gráfico donde se incluyen todos los componentes que se han utilizado para implementar el método experimental escogido.

Usualmente la estructura se instrumentaliza con uno o varios acelerómetros u otros sensores (para el presente trabajo se usaron 5 acelerómetros) para medir la respuesta del elemento estructural (la vía), mientras que la fuerza excitadora se aplica a uno de los carriles. Para ello, se ha empleado un actuador electrodinámico fijado a la cabeza del carril mediante una placa de sujeción con mordazas (ver la figura 5.2).

El actuador se ha situado encima de una traviesa. Un generador de señal sinusoidal de frecuencia regulable controla el amplificador de potencia que alimenta el actuador. Sobre la base móvil del actuador se ha fijado una masa de prueba de 2 kg que, al vibrar, genera la fuerza excitadora armónica que se transmite al carril a través de la placa de sujeción. La magnitud de la fuerza excitadora se ha determinado a partir de las señales proporcionadas por acelerómetros fijados en la masa vibrante y en el carril junto al actuador.

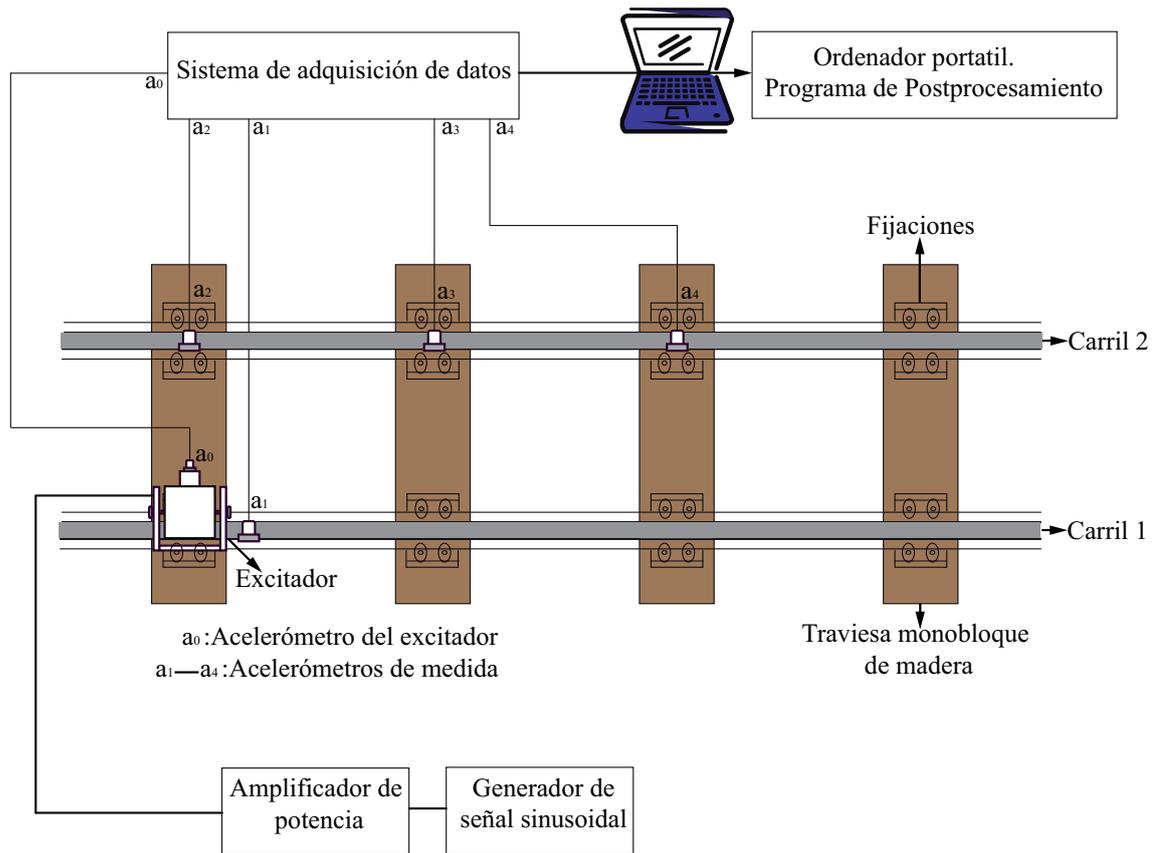


Figura 5.1 Esquema implementado en una vía clásica con traviesas y balasto .



Figura 5.2 Disposición del actuador electrodinámico fijado a la cabeza del carril encima de una traviesa.

La ecuación del movimiento en dirección vertical del conjunto permite determinar la magnitud de la fuerza aplicada.

$$\sum F_{\text{ext}}(t) = \sum m_i a_i(t) \rightarrow \sum F_{\text{ext}}(t) = m_p a_0(t) + m_e a_1(t) \quad (5.1)$$

Siendo  $m_p$  la masa en movimiento, es decir la masa de prueba más la masa de la bobina móvil del excitador,  $2 + 0,2 = 2,2 \text{ kg}$ , y  $m_e$  la masa del cuerpo del excitador más la masa de la placa de sujeción,  $17,8 + 15,3 = 33,1 \text{ kg}$ . La masa  $m_p$  se mueve con la aceleración  $a_0(t)$  captada por el acelerómetro sobre la masa de prueba, mientras que la masa  $m_e$  se mueve con la aceleración  $a_1(t)$  del carril, ya que se acepta que el cuerpo del excitador y la placa de sujeción son suficientemente rígidos y se mueven igual que el carril (figura 5.3). Finalmente, la ecuación para el cálculo de la fuerza excitadora aplicada al carril es:

$$F(t) = 2,2 a_0(t) + 33,1 a_1(t) \quad (5.2)$$

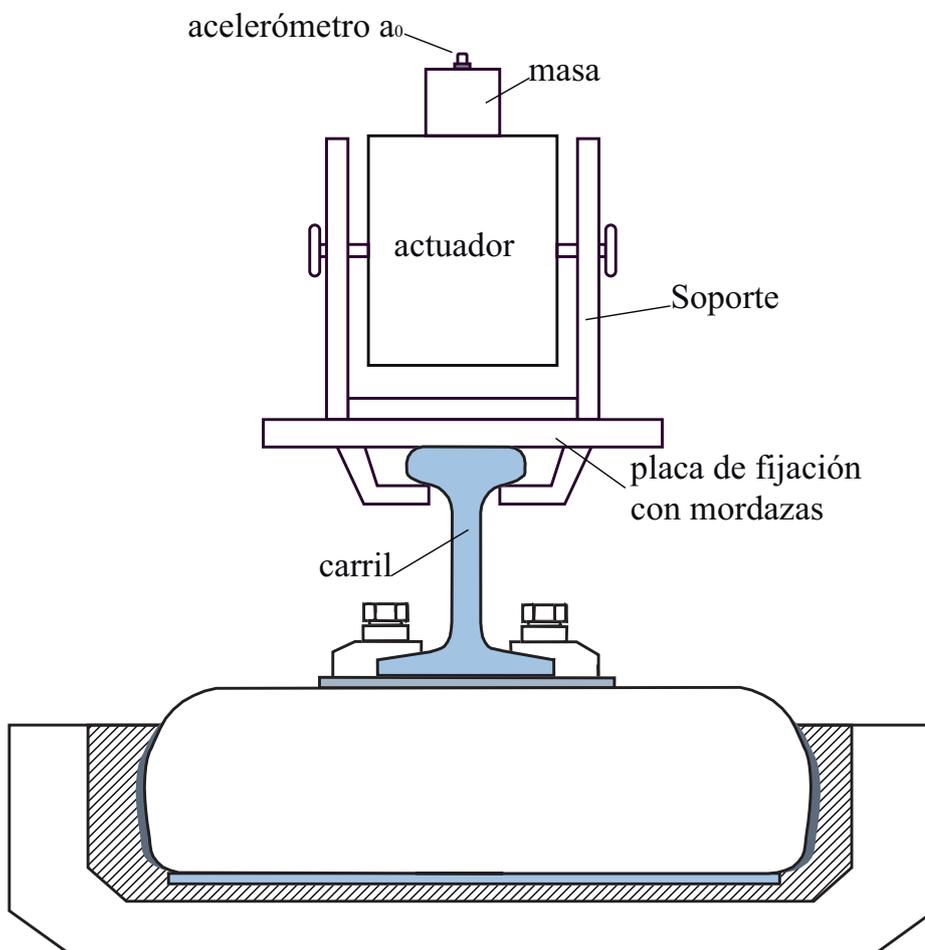


Figura 5.3 Sección transversal del montaje del actuador sobre la cabeza del carril.

Los acelerómetros registran las vibraciones generadas por el efecto de la fuerza excitadora en el carril. Dichos acelerómetros son los encargados de transformar las vibraciones en señales eléctricas. Las señales captadas por los acelerómetros son amplificadas por la electrónica incorporada en los mismos (acelerómetros ICP) y transmitidas al sistema de adquisición de datos. El sistema de adquisición de datos multicanal es el que se ocupa de digitalizar las señales simultáneamente y de enviarlas

al ordenador, donde se realizan diferentes tipos de procesamiento para obtener toda la información que se requiere para el análisis y monitorizado de las vibraciones de la vía en estudio.

Se han registrado las señales de vibración en el ancho de frecuencia de interés, frecuencias entre 20 y 400 Hz. Esto se consigue regulando la frecuencia del generador de señal sinusoidal que controla el amplificador del excitador.

A partir de las mediciones realizadas es necesario obtener el valor del desplazamiento y de la fuerza ejercida sobre el carril para calcular la receptancia y poder hacer la comparación con los resultados numéricos. Para ello, la información se trata con aplicaciones propias desarrolladas en Matlab que proporcionan los resultados en formato gráfico y numérico. Estas aplicaciones de postprocesamiento incluyen rutinas ya programadas para realizar diversas funciones:

- Dibujar curvas para una serie de medidas.
- Filtrar estas curvas en el caso de tener una señal con ruido tomando promedios de un número de puntos de la señal a introducir.
- Aplicar el tratamiento matemático necesario para obtener las funciones de respuesta frecuencial.

Además, proporciona una información completa sobre cada medida. Todas las informaciones procesadas o extraídas se pueden guardar en archivos binarios (file.mat) y utilizarlos más tarde.

Las rutinas de cálculo en Matlab para la determinación de la receptancia operan del siguiente modo. En el caso de la fuerza ejercida sobre el carril, la fuerza se determina con las señales de aceleración  $a_0(t)$  y  $a_1(t)$  mediante la ecuación 5.2, y se calcula su valor RMS. En cambio para calcular el desplazamiento del punto de interés, sabiendo que la señal es sinusoidal, se relaciona el valor RMS de la aceleración de vibración  $a_1(t)$  con el del desplazamiento de acuerdo con:

$$y = y_0 \sin \omega t \quad ; \quad \dot{y} = \omega y_0 \cos \omega t \quad ; \quad \ddot{y} = -\omega^2 y_0 \sin \omega t \quad (5.3)$$

$$\frac{y}{\ddot{y}} = \frac{y_0 \sin \omega t}{-\omega^2 y_0 \sin \omega t} \quad ; \quad y = \frac{\ddot{y}}{-\omega^2} \quad (5.4)$$

Según [73, 84], el valor RMS, o valor eficaz, se define como la raíz cuadrada del valor cuadrático medio. Si se conoce el valor eficaz de la aceleración, ecuación 5.5, se define entonces el valor eficaz del desplazamiento utilizando la ecuación 5.6.

$$\ddot{y}_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \ddot{y}^2(t) dt} \quad (5.5)$$

$$y_{\text{RMS}} = \frac{\ddot{y}_{\text{RMS}}}{\omega^2} \quad ; \quad \text{con} \quad \omega = 2\pi f \quad (5.6)$$

De este modo se puede determinar la magnitud de la receptancia en el punto de aplicación de la fuerza excitadora y las receptancias cruzadas entre dicho punto y las diversas localizaciones en los dos diferentes tipos de vía. Simplemente se divide el valor RMS del desplazamiento por el valor RMS de la fuerza excitadora para cada frecuencia.

### 5.3. VALIDACIÓN DE LOS MODELOS NUMÉRICOS

Una vez acabada la fase experimental, se procede al análisis de los resultados obtenidos en los ensayos y a su comparación con los obtenidos a través de la modelización numérica mediante el programa de elementos finitos. Aplicando un análisis armónico, los modelos numéricos permiten obtener la respuesta dinámica vertical en cualquier nodo de la vía al aplicar fuerzas excitadoras verticales sobre los carriles. Además, se sabe que en un tramo recto de vía, la vibración vertical es la más significativa y la fuerza de contacto rueda-carril es básicamente vertical.

Los tipos de vía considerados son la vía clásica con traviesas de madera sobre balasto y la vía bibloque con riostra, que son los dos tipos de vía férrea sobre los que se han realizado las pruebas experimentales. La tabla 5.1 recoge los valores de los parámetros de vía utilizados. Dichos valores se han obtenido a partir de mediciones directas sobre las vías de prueba, a partir de información proporcionada por FCMB y a partir de la bibliografía, como en el caso de los parámetros del carril y del balasto.

Los diferentes componentes de la vía se han caracterizado utilizando diversos elementos de la librería que ofrece ANSYS 13 [70], la definición de las condiciones de contorno, de las cuales depende directamente el comportamiento dinámico del sistema modelado, son las mismas que se han explicado para los modelos numéricos de los diferentes tipos de vías en el tercer capítulo. En la selección del tipo y tamaño de los elementos a usar se ha considerado el mismo rango de frecuencias en el cual se produce la generación de vibraciones por el contacto rueda carril: entre 20 y 400 Hz [12].

La comparación entre los resultados experimentales y los resultados proporcionados por los modelos numéricos se realiza en el dominio de la frecuencia utilizando la receptancia vertical del carril.

Para los modelos numéricos, la fuerza armónica excitadora se aplica a la cabeza del carril justo en la zona donde se sitúa una traviesa o una fijación, reproduciendo así las condiciones de ensayo. Las figuras 5.4 y 5.5 muestran el montaje experimental sobre la vía clásica con balasto y la vía bibloque con riostra respectivamente.



Figura 5.4 Tramo recto de la vía clásica de TMB.

Tabla 5.1 Parámetros geométricos y de material empleados en los modelos de vía.

|  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| Ancho de vía internacional                                     | 1,435 m                              |
| Distancia entre traviesas monobloque de madera                 | 0,6 m                                |
| Distancia entre traviesas bibloque con riostra                 | 0,67 m                               |
| <b>Carril UIC 54</b>   |                                      |
| Masa del carril por unidad de longitud                         | 54,4 kg/m                            |
| Densidad del acero   | 7850 kg/m <sup>3</sup>               |
| Módulo de elasticidad del acero                                | 210 GPa                              |
| Coefficiente de Poisson del acero                              | 0,3                                  |
| Sección del carril   | 6,93·10 <sup>-3</sup> m <sup>2</sup> |
| Momento de área de segundo orden de la sección del carril      | 2,35·10 <sup>-5</sup> m <sup>4</sup> |
| Factor de pérdidas del carril                                  | 0,02                                 |
| <b>Vía convencional con traviesas monobloque sobre balasto</b> |                                      |
| Rigidez de las fijaciones entre carril y traviesas             | Rígido                               |
| Longitud de las traviesas de madera                            | 2,4 m                                |
| Masa de las traviesas de madera                                | 90 kg                                |
| Módulo de elasticidad de la madera                             | 10 GPa                               |
| Anchura x altura de las traviesas                              | 0,22 m x 0,12 m                      |
| Factor de pérdidas de las traviesas                            | 0,1                                  |
| Rigidez del balasto bajo una traviesa                          | 33,8 MN/m                            |
| Factor de pérdidas del balasto                                 | 0,24                                 |
| <b>Vía bibloque con riostra</b>                                |                                      |
| Rigidez bajo carril  | Rígido                               |
| Factor de pérdidas bajo carril                                 | 0,2                                  |
| Masa de un bloque de hormigón                                  | 94,8 kg                              |
| Densidad del hormigón  | 1759 kg/m <sup>3</sup>               |
| Módulo de elasticidad del hormigón                             | 27,6 GPa                             |
| Coefficiente de Poisson del hormigón                           | 0,175                                |
| Anchura x altura de los bloques de hormigón                    | 0,23 m x<br>0,20 m                   |
| Longitud de las traviesas                                      | 2,25 m                               |
| Longitud de un bloque de hormigón                              | 0,69 m                               |
| Rigidez bajo bloques   | 18 MN/m                              |
| Factor de pérdidas bajo bloques                                | 0,2                                  |

Los tramos de vía disponibles utilizados para llevar a cabo cada una de las medidas experimentales son recto y de suficiente longitud para aproximar condiciones de vía infinitamente larga.

La vía clásica corresponde a una vía de servicio de los talleres de la empresa ferroviaria del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona situados junto a la futura estación del AVE en la zona de la Sagrera, mientras que la vía bloque con riostra corresponde a la línea cinco, tramo Cornellà - Gabarra, del metro de Barcelona.



*Figura 5.5 Tramo recto de la vía bloque con riostra de TMB.*

Las figuras 5.6 y 5.7 muestran la comparación de la receptancia definida en el punto de aplicación de la fuerza excitadora calculada numéricamente con la obtenida experimentalmente para los dos tipos de vía. La receptancia calculada se representa con una resolución frecuencial de 10 Hz, dentro del margen frecuencial de interés entre 20 y 400 Hz.

La concordancia entre los resultados numéricos y los resultados experimentales es satisfactoria no solamente en la vía clásica sino también para la vía bloque con riostra, de hecho estas mediciones y la comparación efectuada han sido de gran interés, dado que estos dos tipos de vía son de los más empleados actualmente en el Ferrocarril Metropolitano de Barcelona.

Estos resultados experimentales demuestran la validez de los modelos numéricos de los diferentes tipos de vía.

Cabe decir que los parámetros de la vía de prueba más difíciles de estimar son los del balasto, a causa de su rigidez y su factor de pérdidas. Dichos parámetros presentan una gran dispersión en función del estado y las características del balasto y se han ajustado dentro del margen de valores que se puede encontrar en la bibliografía.

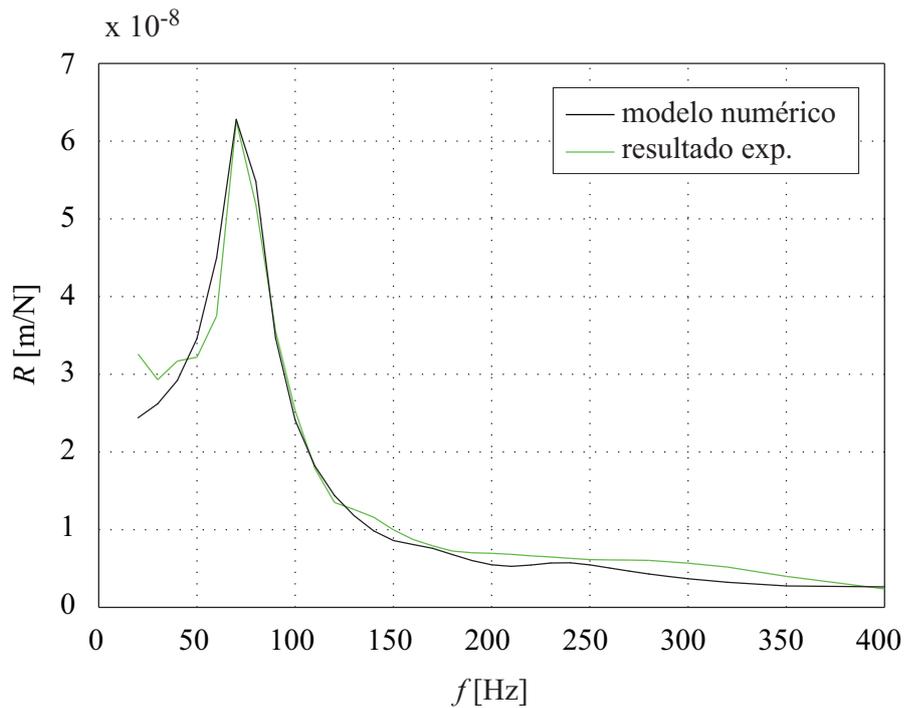


Figura 5.6 Comparación de la receptancia obtenida por cálculo y la receptancia experimental, vía clásica.

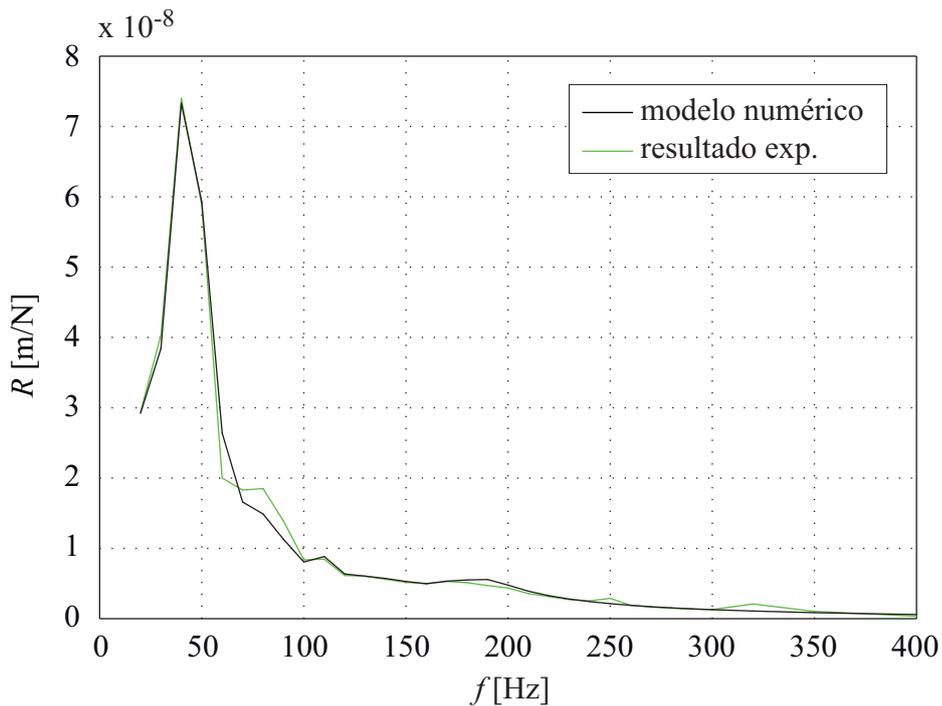


Figura 5.7 Comparación de la receptancia obtenida por cálculo y la receptancia experimental, vía blosque con riostra.

Atendiendo a los resultados descritos, se observa que la vía convencional con balasto y la vía blosque con riostra poseen sólo una frecuencia propia, debido a que la fijación bajo los carriles es muy rígida.

En el caso de estos dos tipos de vía cabe destacar que, si se compara el valor de la receptancia de los registros ilustrados en las figuras 5.6 y 5.7, se aprecia que la vía blosque tiene un valor de receptancia mayor al valor existente para una vía clásica con balasto y traviesas de madera. En particular se reduce el valor de la receptancia de

$7,4 \cdot 10^{-8}$  m/N para una vía bibloque con riostra, a  $6,28 \cdot 10^{-8}$  m/N para la vía con balasto. La mencionada reducción es debida principalmente a que la rigidez del balasto es mayor que la rigidez bajo los bloques.

Finalmente en las dos últimas figuras, la figura 5.8 y la figura 5.9, se muestra la receptancia experimental en el punto del carril donde se aplica la fuerza excitadora, carril 1, y la receptancia definida en el carril opuesto, justo en frente del punto de excitación, carril 2. De nuevo, se comprueba en este caso experimentalmente, la baja transmisión de vibración que se produce entre ambos carriles para los dos tipos de vía.

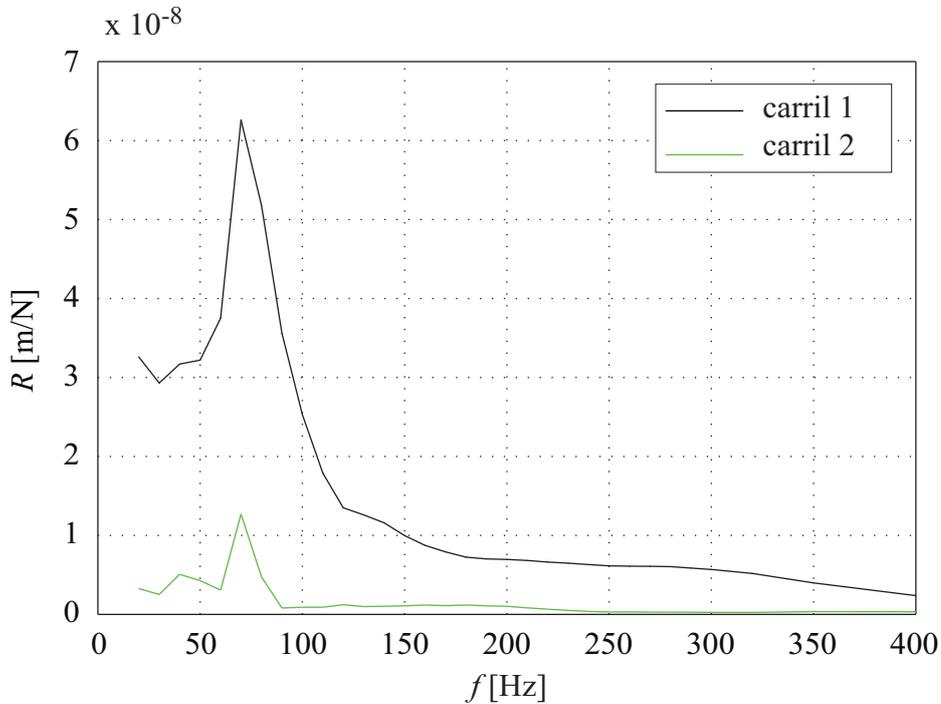


Figura 5.8 Comparación de la receptancia experimental entre los dos carriles, vía clásica.

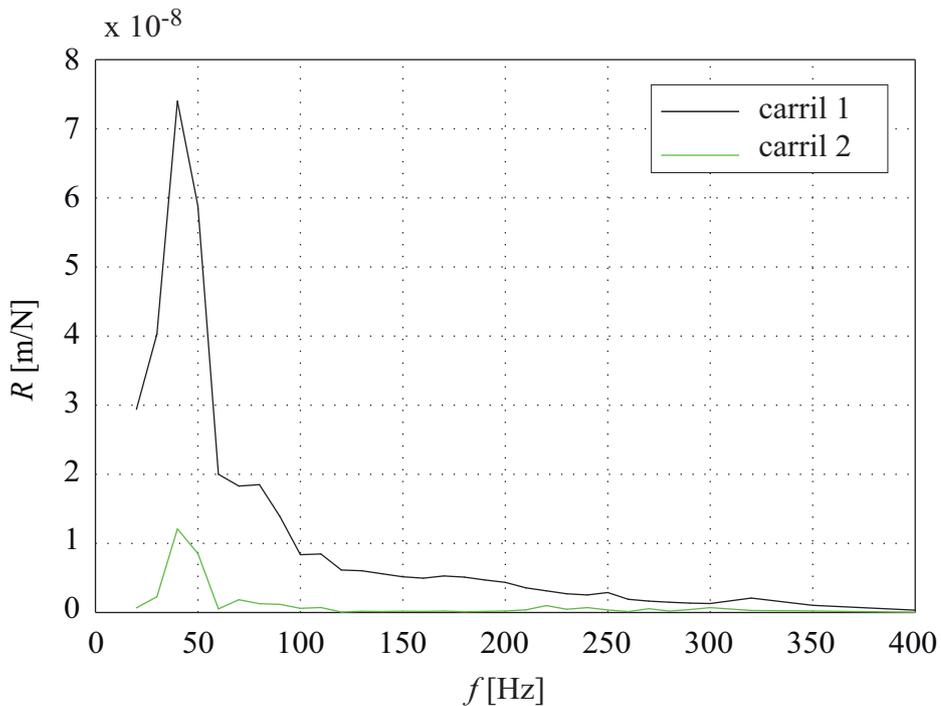


Figura 5.9 Comparación de la receptancia experimental entre los dos carriles, vía bibloque con riostra.

#### **5.4. CONCLUSIONES**

Existe una buena concordancia entre las receptancias de los tipos de vía analizados, la obtenida con los modelos numéricos y la obtenida experimentalmente. Este hecho confirma la validez de los modelos numéricos empleados.

Los resultados experimentales, al igual que los resultados numéricos mostrados en el capítulo 3, confirman que la transmisión de la vibración de un carril a otro a través de la superestructura de vía, para los tipos de vía analizados y para los parámetros considerados, es débil.

Como consecuencia de la comparación entre resultados experimentales y resultados numéricos, se constata que los modelos numéricos facilitan el análisis de los principales factores que intervienen en la generación de vibraciones en el contacto rueda-carril de diferentes tipos de vía y su transmisión al entorno.



## **6. MODELIZACIÓN DEL SISTEMA VÍA-EJE FERROVIARIO**

---

### **6.1. INTRODUCCIÓN**

---

La interacción entre la rueda y el carril es un fenómeno complejo y por tanto difícil de modelizar. Existe un gran número de estudios en la literatura referidos a este problema [3, 14, 17, 18]. Experimentalmente, la fuerza normal de contacto rueda-carril es difícilmente accesible. Los medios experimentales desarrollados solo pueden intentar determinar la fuerza de contacto a partir de la medida de magnitudes asociadas como son los desplazamientos de la rueda y el carril. Diversas teorías más o menos complejas se han desarrollado con el fin de determinar las fuerzas transmitidas entre dos cuerpos en contacto con o sin fricción, pero estas teorías todavía presentan limitaciones en la dinámica del contacto rueda-carril, las cuales se han comentado en el capítulo 2 dedicado al estado de arte.

El estudio del contacto rueda-carril se considera un problema de gran importancia ya que condiciona fuertemente el comportamiento dinámico de los vehículos ferroviarios, y frecuentemente este tipo de contacto se considera como un fenómeno físico muy complejo y no lineal.

En este capítulo se combinan los modelos numéricos presentados anteriormente en los capítulos 3 y 4, modelos de vía y de eje ferroviario respectivamente, para obtener modelos numéricos de generación de vibraciones causadas por el contacto rueda-carril para diferentes tipos de vía.

Para describir el contacto se ha adoptado la teoría no lineal de Hertz, ampliamente utilizada por la mayoría de autores. Se han desarrollado dos tipos de modelos numéricos de contacto rueda-carril, enfocados a distintos tipos de análisis.

En primer lugar se presenta el modelo numérico del contacto rueda-carril de una rueda suspendida del bogie a través de la suspensión primaria, el cual se aplica a dos tipos de vía, la vía DFF y la vía bibloque. Como origen de la vibración se considera la presencia de un plano en la banda de rodadura de la rueda, y un perfil de irregularidad de la banda de rodadura obtenido experimentalmente [21, 76]. Con este modelo se pretende comparar los resultados numéricos con resultados obtenidos a partir del modelo analítico de media vía de parámetros distribuidos.

En segundo lugar, se definen modelos numéricos que describen el contacto en el sistema eje-ruedas-vía completa, también para diferentes tipos de vía, y se obtienen resultados para el mismo perfil de irregularidad nombrado en el párrafo anterior. Con estos modelos se quiere analizar el comportamiento global del sistema vía completa-eje ferroviario.

Finalmente se presentan los resultados obtenidos mediante el análisis transitorio de ANSYS aplicado a los modelos numéricos. Los resultados corresponden a la historia temporal de la fuerza normal de contacto y de los desplazamientos verticales de la rueda y del carril.

## 6.2. MODELOS NUMÉRICOS

Los primeros modelos que se muestran son dos modelos numéricos de media vía que tratan el problema del contacto rueda-carril: para los casos de la vía DFF y la vía bibloque, según lo ilustrado en las dos siguientes figuras 6.1 y 6.2 respectivamente. Las figuras corresponden a la vista longitudinal de las vías en estudio.

Ambos modelos combinan los modelos de media vía definidos en el capítulo 3, apartado 3.3, con el modelo numérico de una rueda suspendida del bogie a través de la suspensión primaria. La rueda se modeliza por una masa puntual y está ligada a un nodo del carril a través de dos nuevos elementos de ANSYS, el LINK180 y el COMBIN39 que definen respectivamente el perfil de irregularidad de la rueda y la rigidez no lineal de contacto de acuerdo con la teoría de Hertz. Posteriormente se expone en detalle el funcionamiento de estos dos elementos.

Los modelos de contacto del sistema vía-eje ferroviario desarrollados son para tres diferentes tipos de vía: la vía convencional con traviesas monobloque (figura 6.3); la vía de traviesas bibloque con riostra (figura 6.4) y la vía DFF, cuyos modelos numéricos de vía se encuentran descritos también en el capítulo 3.

Estos tres últimos modelos permitirán analizar otros nuevos conceptos del comportamiento dinámico de la vía en el momento del contacto no valorados en otros modelos numéricos de media-vía del contacto rueda-carril como por ejemplo la interacción entre ambas ruedas a través del eje ferroviario.

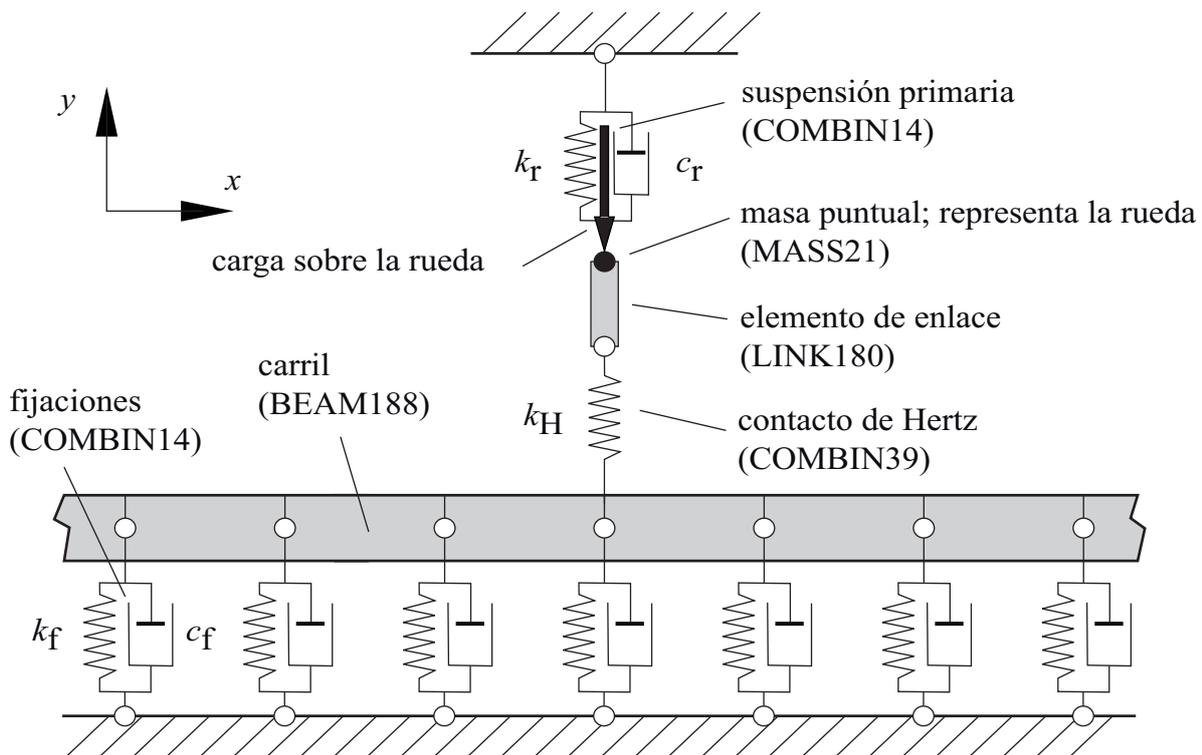


Figura 6.1 Modelo numérico del contacto rueda-carril. Media vía DFF.

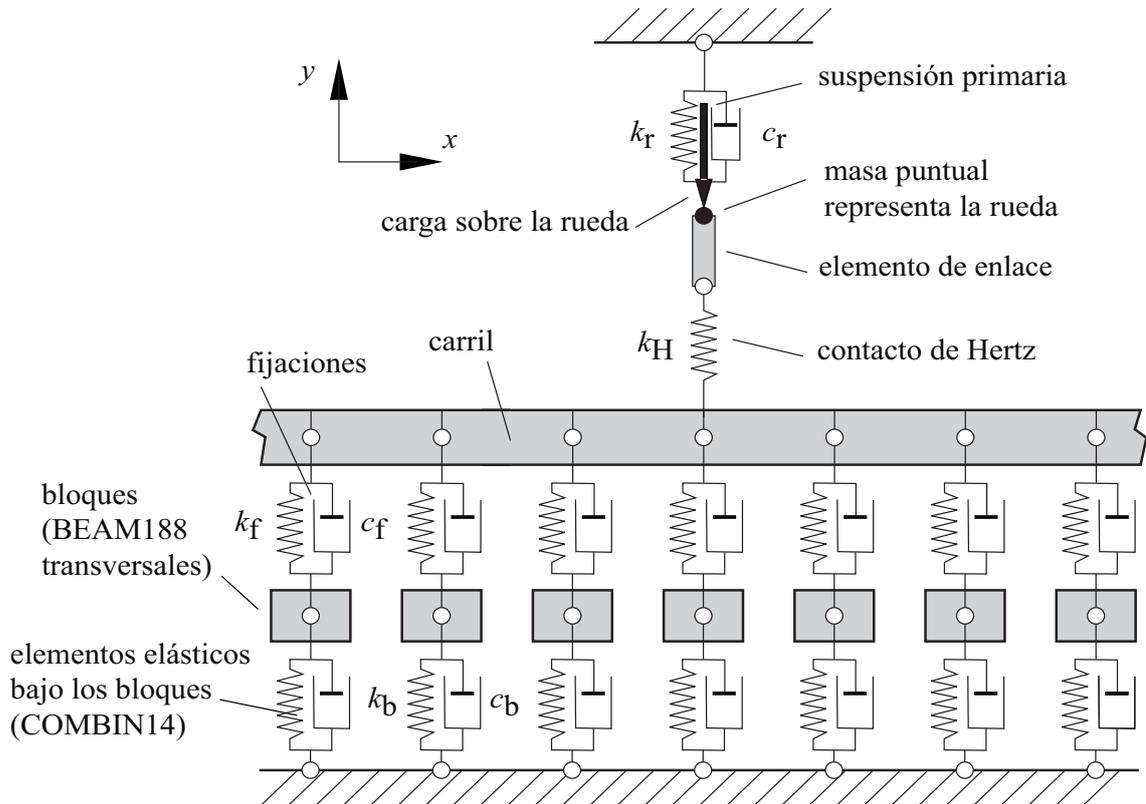


Figura 6.2 Modelo numérico del contacto rueda-carril. Media vía bibloque.

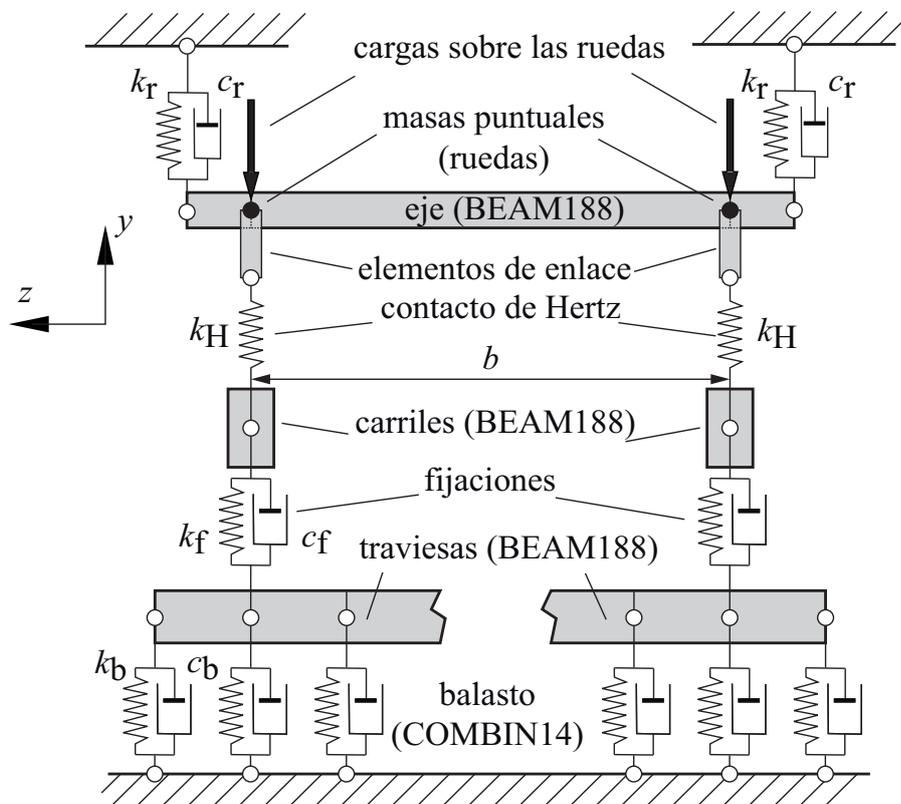


Figura 6.3 Modelo numérico del contacto eje ferroviario-vía convencional completa sobre balasto.

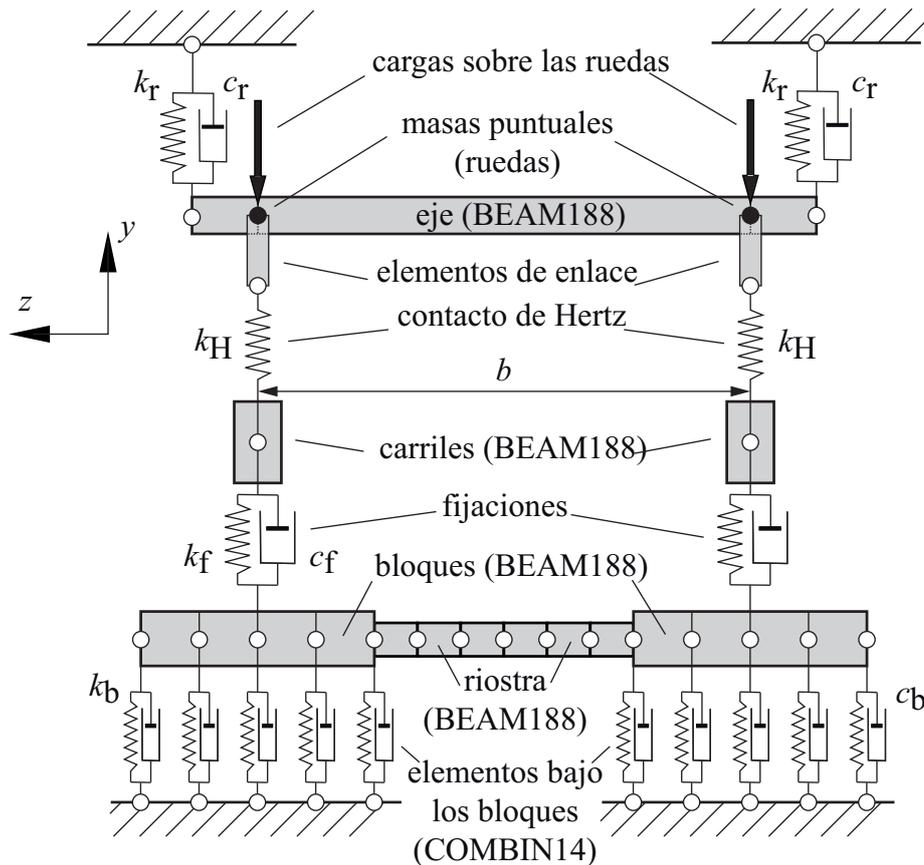


Figura 6.4 Modelo numérico del contacto eje-vía con traviesas bibríoque con riostra.

En las figuras 6.3 y 6.4 se muestran las secciones transversales de los esquemas de los elementos que conforman dos de estos tres modelos numéricos de contacto completo del sistema vía-eje ferroviario. Las diferencias entre estos dos últimos modelos numéricos se centran en la parte que describe el tipo de vía y que fue detalladamente presentada en el capítulo 3.

Para describir el comportamiento del sistema eje ferroviario, se utiliza el modelo numérico APDL4 desarrollado en el capítulo 4, apartado 4.5, donde se seleccionaron los elementos para la modelización del eje ferroviario y la suspensión primaria. A estos se añaden los mismos nuevos elementos que sirvieron para la modelización del contacto rueda-carril en los modelos de media vía: el LINK180 para el perfil de irregularidad de las ruedas y el COMBIN39 que describe el contacto del sistema.

A continuación se describen en detalle, y para las tres etapas de procedimiento del análisis en ANSYS, las diferencias existentes entre los nuevos modelos numéricos que describen el contacto y los anteriormente definidos en el apartado 3.3. En la fase de resolución se aplica el sistema de cargas al modelo y se eligen los parámetros de solución del sistema de ecuaciones que genera el problema. Por último, en la fase de postprocesado se obtienen los resultados del análisis que se presentan de múltiples formas, lo cual permite sacar las conclusiones correspondientes.

### 6.2.1. Fase de preprocesado

Esta fase es la que más tiempo requiere en todo el estudio. Se comenta solamente la información que se debe añadir o modificar durante esta fase para que las características físicas y geométricas de los modelos numéricos de vía se adecuen a las características físicas y geométricas de estos nuevos modelos numéricos de contacto.

### Definición de los tipos de elementos que describen el modelo

Se puede contemplar en las cuatro figuras de los modelos numéricos de contacto que la suspensión primaria se ha simulado con la ayuda del elemento COMBIN14, el mismo elemento utilizado para simular las fijaciones en los modelos numéricos de vía. Las ruedas han sido representadas como masas puntuales según el elemento MASS21; de hecho, según la librería de ANSYS [70], MASS21 es un elemento de un solo punto que tiene hasta seis grados de libertad: traslaciones nodales en X, Y, y Z y rotaciones nodales en los tres ejes. Se asigna masa al elemento y también se le puede asignar un momento de inercia en cada una de las direcciones.

Para el caso de la rueda, está claro que se asigna el mismo valor de masa a las tres direcciones, y al mismo tiempo no se consideran inercias a la rotación, ya que el modelo sólo considera la traslación vertical de la rueda. Por ello se aplican las opciones necesarias al elemento para que actúe del mismo modo en todas las direcciones de las coordenadas. El sistema de coordenadas para este elemento se muestra en la figura 6.5.

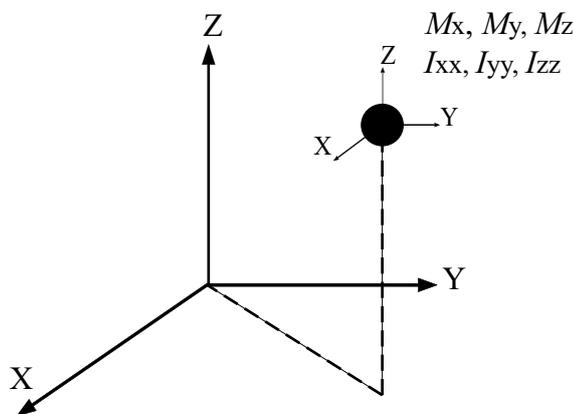


Figura 6.5 MASS21. Masa estructural.

En todos los modelos numéricos completos de contacto, el eje ferroviario se define según como fue presentado dentro del modelo APDL4 del apartado 4.4. De hecho, el eje está formado sólo por tres vigas: una viga central y dos vigas laterales del elemento BEAM188, de sección circular y del mismo peso que el eje ferroviario real presentado anteriormente.

Antes de definir el elemento que representa el contacto rueda-carril, es necesario recordar que en los modelos desarrollados los carriles se consideran totalmente lisos, sin irregularidad en la zona de rodadura. En primer lugar, se presenta el elemento que introduce la irregularidad de las ruedas (LINK180) garantizando así la excitación del sistema; dicho elemento se esquematiza en la figura 6.6.

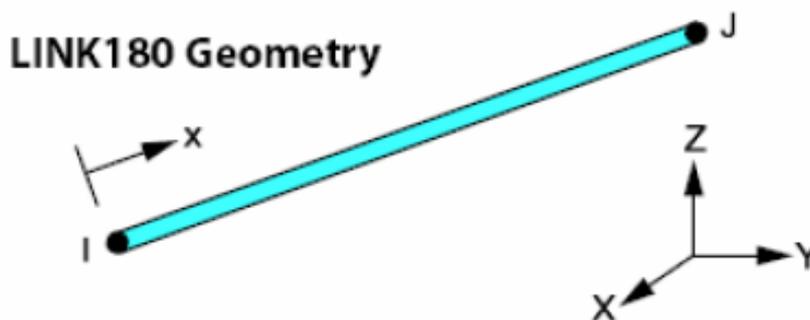


Figura 6.6 Geometría del elemento LINK180. Fuente ANSYS APDL.

El elemento LINK180 es un elemento tipo barra que puede ser usado para representar una gran variedad de aplicaciones en la ingeniería, como por ejemplo modelar conexiones o vínculos, cables, barras, etc. Este es un elemento de dos nodos de tres grados de libertad en cada nodo, translación en la dirección X, Y y Z. La masa de este elemento puede ser nula pero no así su longitud y su sección. Además se le debe asignar características elásticas y por tanto no puede ser totalmente rígido.

Finalmente en el contacto rueda-carril se utiliza el elemento tipo COMBIN39 para representar un muelle no lineal que describe la rigidez de contacto según la teoría no lineal de Hertz [16, 17, 18]. En concreto, según lo citado en el apartado 2.3, la fuerza  $F(t)$  del muelle es proporcional a la deformación conjunta  $\delta(t)$  de la rueda y del carril en el punto teórico de contacto, elevada a 3/2.

$$F(t) = k_H [\delta(t)]^{3/2} \quad (2.22)$$

Donde  $k_H$  es la constante de rigidez del muelle. En las figuras de la 6.1 a la 6.4 se puede observar la localización tanto del elemento de enlace que introduce el perfil de irregularidad como del muelle no lineal, ambos dispuestos en serie entre la rueda y el carril.

La deformación conjunta  $\delta$  depende del desplazamiento vertical del carril  $y_r$ , del desplazamiento vertical del centro de la rueda  $y_w$ , del radio de la rueda  $r$ , y del perfil de irregularidad de la rueda  $\varepsilon(t)$ . Se recuerda aquí la expresión completa que relaciona la fuerza de contacto y la deformación conjunta, ya mostrada y comentada en el capítulo 2 (ver también la figura 2.6). Cabe remarcar que cuando  $\delta(t) \leq 0$ , la fuerza de contacto se anula, situación que indica la pérdida momentánea de contacto entre rueda y carril.

$$F(t) = \begin{cases} k_H \delta(t)^{3/2} & \text{cuando } \delta(t) = y_r(t) - y_w(t) + r - \varepsilon(t) > 0 \\ 0 & \text{cuando } \delta(t) = y_r(t) - y_w(t) + r - \varepsilon(t) \leq 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

$\varepsilon(t) > 0$  indica una irregularidad que disminuye el radio real de la rueda en la zona de contacto (se resta de  $r$ ), como sucede cuando se produce un plano en el perfil de la rueda; mientras que  $\varepsilon(t) < 0$  indica una irregularidad que aumenta el radio real de la rueda en la zona de contacto (se suma a  $r$ ), este sería el caso de un saliente en el perfil de la rueda. Vale la pena mencionar que el radio de la rueda aparece en la expresión 2.23 debido a que se considera el mismo origen de coordenadas para  $y_r$  e  $y_w$ , tal como se observa en la figura 2.6.

Los modelos numéricos de contacto consideran que la rueda y el carril son rígidos en la zona de contacto y que están relacionados a través del muelle no lineal (COMBIN39) que de hecho representa la deformación local conjunta de las dos partes. La constante  $k_H$  ha sido determinada en la referencia [2], para la geometría de contacto de una rueda del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona con un carril de perfil UIC54 (Anexo A), se obtiene  $k_H = 89 \text{ GN/m}^{3/2}$ , lo cual pone de manifiesto la elevada rigidez que presenta el contacto. El resorte no-lineal COMBIN39 es un elemento unidireccional con capacidad de esfuerzodeformación no lineal que se puede utilizar en cualquier análisis. El elemento puede presentar rigidez longitudinal o de torsión en 1-D, 2-D, o bien en aplicaciones de 3-D. La opción longitudinal es un elemento de tensión-compresión uniaxial con hasta tres grados de libertad en cada nodo: translaciones nodales en los ejes X, Y y Z. No se considera la flexión o la torsión (figura 6.7).

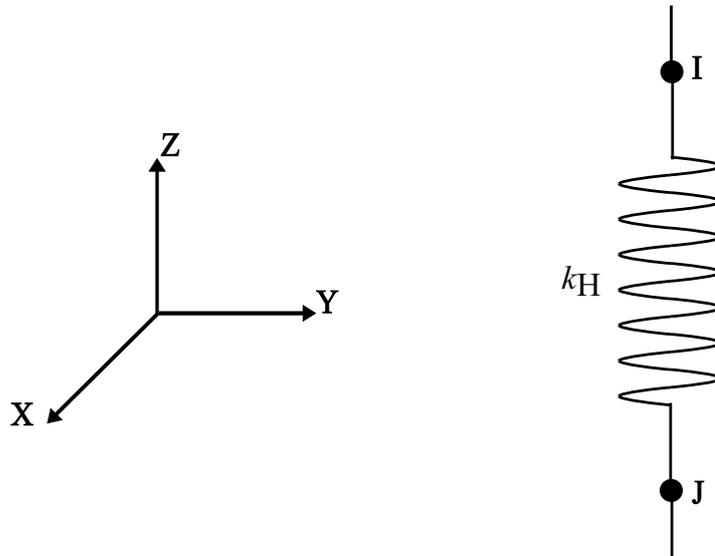


Figura 6.7 Geometría del elemento COMBIN39.

El elemento resorte no lineal no tiene ninguna masa asociada. Si es necesario, se puede añadir masa con un elemento de masa nodal (MASS21). El elemento dispone de muchas opciones para ajustar su comportamiento. Para la aplicación a los modelos de contacto, se han utilizado las opciones adecuadas para simular la ecuación del contacto hertziano.

Si la clave opcional del elemento KEYOPT (1) = 0, COMBIN39 es conservativo. Esto significa que, independientemente del número de variaciones de carga, el elemento no disipa energía. Sin embargo si KEYOPT (1) = 1, el elemento sería no conservativo. Con esta opción, pueden ocurrir pérdidas de energía en el elemento, por lo que la solución es dependiente de las variaciones de la carga. La relación entre la fuerza y la deformación del elemento se define gráficamente tal como muestra la figura 6.8.

Se utiliza una tabla de 20 valores de fuerza en función del desplazamiento según la ecuación anterior (2.22) para introducir la rigidez no lineal de este elemento. El comportamiento resultante se ilustra en la figura 6.9.

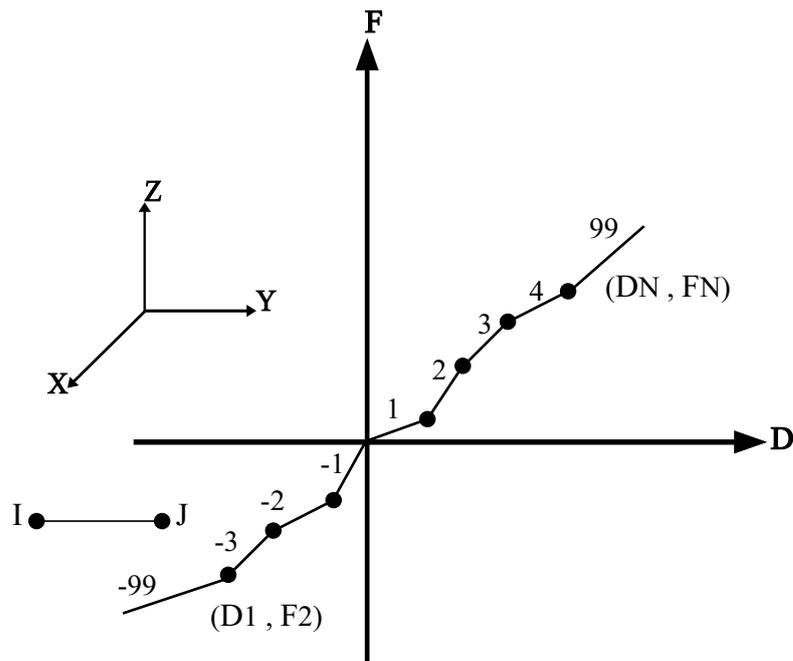


Figura 6.8 Sistema de coordenadas de los nodos del elemento COMBIN39.

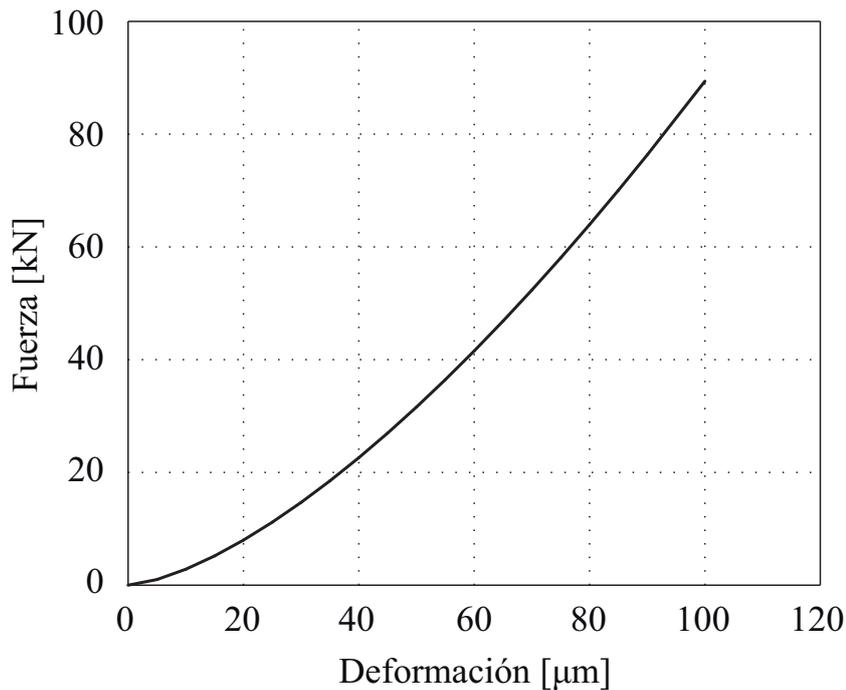


Figura 6.9 Curva de fuerza-deflexión con KEYOP (1)=0

Para obtener más detalles sobre este elemento y los citados anteriormente se puede consultar la referencia de cada elemento en la teoría de las aplicaciones mecánicas APDL [70].

#### **Definición de las propiedades geométricas**

Se ha descrito anteriormente como se definen las propiedades geométricas de los elementos elegidos en el programa APDL de ANSYS. En el caso de los dos últimos modelos numéricos de contacto, es necesario definir además los parámetros geométricos de la sección del elemento tipo viga que representa el eje ferroviario que une las dos ruedas.

#### **Modelización del material**

También es necesario atribuir nuevas características del material a cada nuevo elemento añadido en los nuevos modelos numéricos de contacto, tal como se hizo en los antiguos modelos numéricos de vía. OTEn el caso de los elementos tipo viga que modelizan el eje ferroviario, las propiedades del material serán las que se usan para la producción del eje y las ruedas ferroviarias, es decir acero. Se introduce la densidad, el módulo de Young y el coeficiente de Poisson del material. En cambio, tanto para los elementos MASS21 que definen las ruedas, los elementos COMBIN14 de la suspensión primaria y los elementos COMBIN39 del contacto no lineal de Hertz, no necesitan propiedades del material. Solo hace falta especificar algunas variables, para las constantes de rigidez y de amortiguamiento viscoso de la suspensión primaria que son las mismas que se utilizaron en el apartado 4.5 del análisis harmónico del sistema eje-ruedas (tabla 4.1)OT. OTTodos los otros parámetros restantes de la modelización de estos modelos numéricos de contacto se ubican en la tabla 3.1 del apartado 3.4 del tercer capítulo.

#### **Mallado del modelo**

El mallado de la estructura no es automático y depende del número de elementos que componen el modelo numérico en estudio. Cada elemento está compuesto de dos nodos, menos el elemento de la rueda que es una masa puntual de solo un nodo.

En la figura 6.10 se muestra un ejemplo del mallado de un modelo que define el contacto completo de la vía clásica sobre balasto en ANSYS. Mediante la programación APDL de ANSYS, se van creando los distintos elementos y se enlazan entre sí por medio de las uniones nodales. Dicha programación permite crear de forma rápida y sencilla el modelo de una vía tan larga como sea necesario repitiendo el mismo subgrupo de elementos: elementos del carril, fijaciones del carril, traviesa o bloques de hormigón y balasto o elementos elásticos bajo las traviesas.

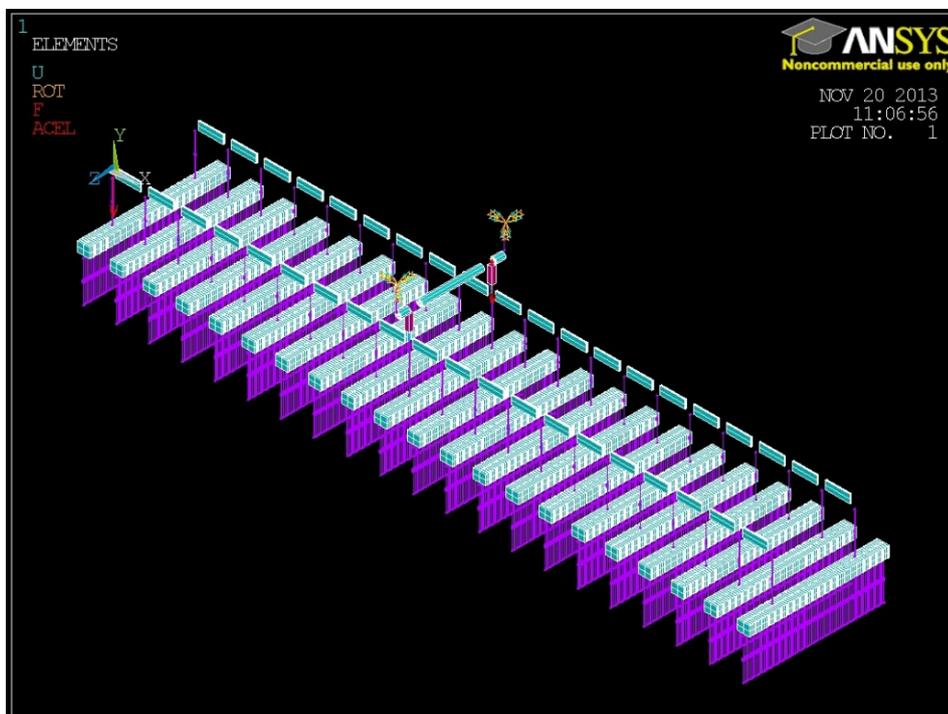


Figura 6.10 Modelo numérico completo de contacto vía sobre balasto.

### **Condiciones de contorno**

Para que el contacto simulado del análisis en el modelo se aproxime a las condiciones reales del contacto, aparte de conservar las mismas condiciones de contorno de los modelos numéricos de vía, se ha bloqueado el movimiento de rotación y traslación de los nodos superiores de los elementos COMBIN14 que representan la suspensión primaria, manteniendo así la hipótesis que se explicó anteriormente referente a que el bogie se considera como un elemento rígido y fijo a la referencia.

### **6.2.2. Fase de resolución**

En este apartado se identifica el tipo de análisis adecuado, para la obtención de la fuerza de contacto rueda-carril, se determinan las cargas que se han de aplicar al modelo y finalmente se define la solución deseada de los modelos numéricos de contacto.

#### **Definición del tipo de análisis**

El tipo de análisis seleccionado en ANSYS, adecuado para determinar la fuerza de contacto y analizar el comportamiento de la vía bajo la acción de una carga constante y una irregularidad del perfil de la rueda es el análisis dinámico transitorio.

El análisis dinámico transitorio es el tipo de análisis utilizado para determinar la respuesta dinámica de una estructura bajo la acción de cualquier carga dependiente del tiempo. Este tipo de análisis se utiliza para determinar los desplazamientos variables en el tiempo, los esfuerzos, las tensiones y las fuerzas, ya que responde a cualquier combinación de cargas estáticas, transitorias y armónicas. En este análisis dinámico,

los efectos de la inercia y el amortiguamiento del sistema son significativos principalmente cuando la variación temporal de las cargas es rápida.

### **Aplicación de cargas**

Las cargas que se deben aplicar al modelo son fuerzas verticales aplicadas sobre cada una de las ruedas en los modelos numéricos. Estas fuerzas representan la parte del peso del vehículo ferroviario que soporta cada rueda. Tomando como base el peso de un coche de la serie 6000 del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona, 49850 kg, y sabiendo que dicho coche dispone de dos bogies de cuatro ruedas cada uno, se ha considerado que la fuerza sobre cada rueda es la octava parte del peso del coche. Este valor es el mismo considerado en el análisis modal del sistema rueda más eje ferroviario. A parte, en el modelo se ha considerado también el peso propio del sistema eje-ruedas.

Es importante introducir estas cargas en el modelo ya que el comportamiento elástico no lineal del contacto rueda-carril depende directamente de la magnitud de estas cargas.

### **Resolución**

En el análisis transitorio, el sistema de ecuaciones que hay que resolver es el mismo que se presentó anteriormente en el análisis armónico de varios tipos de vía.

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = F(t) \quad (2.34)$$

Donde  $M$  es la matriz de masa,  $C$  la matriz de amortiguamiento,  $K$  la matriz de rigidez,  $\ddot{u}$ ,  $\dot{u}$ ,  $u$  son respectivamente los vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento y  $F(t)$  es el vector de fuerzas.

De entre los métodos de integración numérica disponibles en ANSYS, se ha escogido el método de Newmark para resolver el sistema de ecuaciones en distintos instantes de tiempo. El paso de integración es fundamental para obtener resultados correctos. Puede ser fijado por el usuario o bien el mismo programa lo fija automáticamente. En el Anexo D se describe en detalle el método empleado.

#### **6.2.3. Fase del postprocesado**

ANSYS en esta fase ofrece la posibilidad de poder combinar y representar diversas variables para tener los resultados deseados del estudio desarrollado. De hecho, en esta etapa se realiza la revisión gráfica y numérica de los resultados, además de generar las listas y gráficas para presentar los resultados. Por ejemplo, en un análisis dinámico, los resultados que se incluyen son la forma de la deformada, esfuerzos, deformaciones, y probablemente la animación del comportamiento de la estructura. En el siguiente apartado se muestran los resultados obtenidos mediante el análisis. Para más información sobre las opciones de postprocesado se aconseja la referencia de ANSYS [70].

## **6.3. PRESENTACIÓN DEL PERFIL DE IRREGULARIDAD Y EL PERFIL PLANO DE UNA RUEDA**

### **6.3.1. Perfil de irregularidad y sistema de medida del perfil de una rueda**

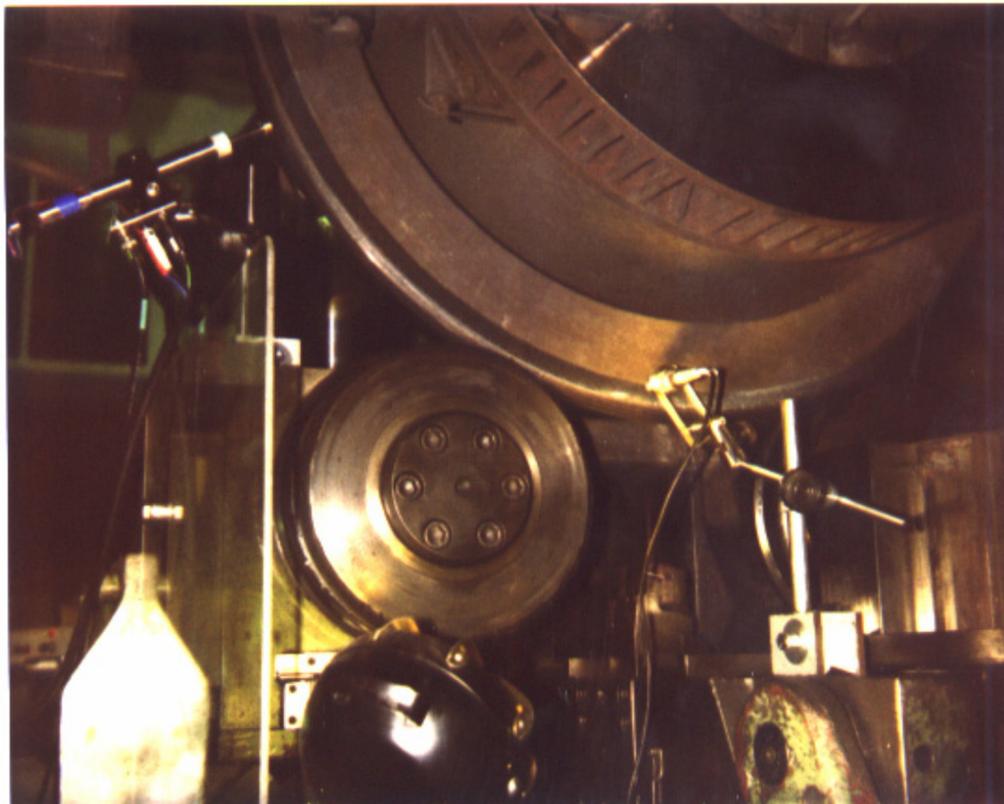
La mayoría de investigaciones sobre el contacto rueda-carril solo consideran el perfil de irregularidad de las ruedas, ya que éstas siempre están rodando sobre los carriles y por tanto su irregularidad constituye una fuente permanente de vibración, mientras que un carril con irregularidades solo produce vibración localmente y solo al paso de un tren. [85]. Este mismo criterio se ha adoptado en el presente trabajo.

Las ruedas ferroviarias pueden presentar diferentes tipos de daños sobre la banda de rodadura, que se pueden clasificar en distintas categorías según la causa que los origina: daños debidos al desgaste, a la deformación, a la fatiga superficial o térmica.

Cuando una rueda presenta una acumulación de daños importante, lo que genera niveles de vibración elevados al girar, la operación de mantenimiento a realizar consiste en mecanizar de nuevo la banda de rodadura de la rueda para recuperar el perfil adecuado. En los talleres de mantenimiento ferroviario, como los del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona, se dispone de instalaciones y maquinaria para retornear las ruedas afectadas montadas en sus respectivos ejes, reduciendo así el tiempo y el coste del proceso de mantenimiento, con el fin de restablecer rápidamente el servicio de los trenes.

En trabajos realizados anteriormente en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Politécnica de Cataluña [21], se ha utilizado un sistema que aprovecha las instalaciones de torneado disponibles en los talleres de mantenimiento de FCMB, para medir las irregularidades de la banda de rodadura de las ruedas de los trenes.

La figura 6.11 muestra una imagen de una de estas instalaciones en la que se consigue el giro de la rueda a través de rodillos de apoyo accionados por un motor.



*Figura 6.11 Rueda de un tren FCMB apoyada sobre dos cilindros accionados mediante un motor.*

En la medición de las irregularidades presentes en varios perfiles de ruedas, la herramienta de corte fue sustituida por un transductor de desplazamiento del tipo LVDT (*Linear Variable Differential Transducer*). Además del transductor LVDT colocado en dirección radial, análogamente al montaje utilizado por Dings y Dittrich [86], se instaló un captador electromagnético que indica cuando una rueda ha realizado una vuelta entera. El sistema de medida se esquematiza en la figura 6.12.

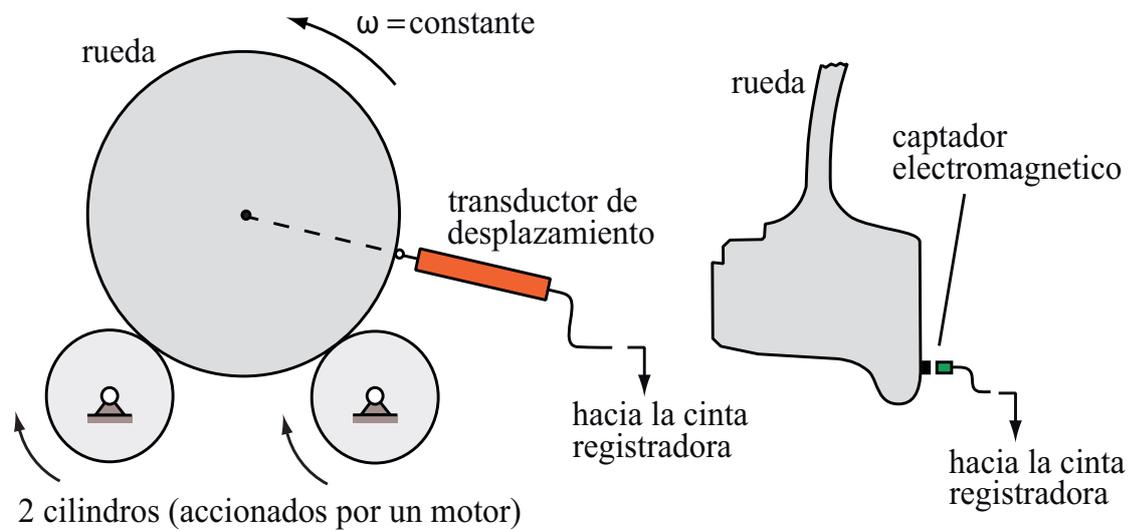


Figura 6.12 Sistema de medida de irregularidad de un perfil de una rueda. Fuente [21].

Las señales analógicas procedentes del medidor LVDT y del captador se graban a los respectivos canales de una cinta registradora digital. El sistema de adquisición de datos se controla con la ayuda de un osciloscopio conectado a la salida del aparato registrador (figura 6.13).

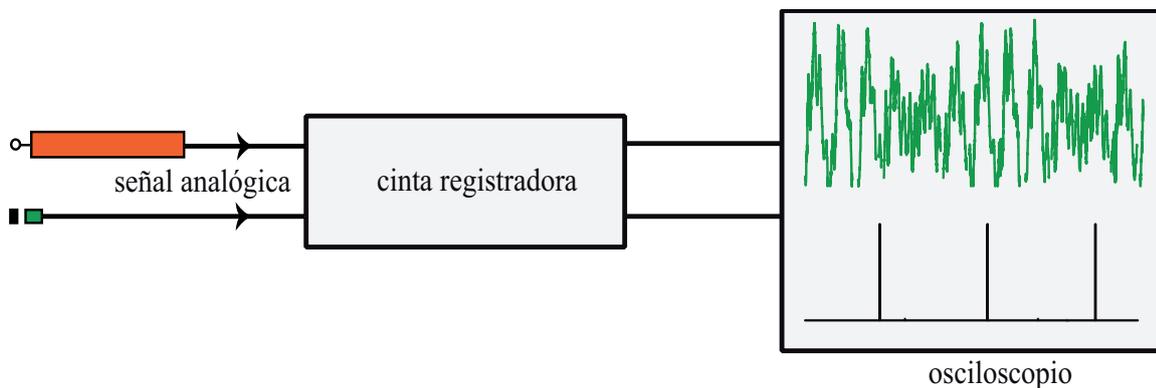


Figura 6.13 Sistema empleado para registrar la información. Fuente [21].

La figura 6.14 muestra el perfil de irregularidad medido experimentalmente y correspondiente a varias vueltas de rueda. La rueda gira a una velocidad angular constante, con lo que se puede prescindir del uso de un tacogenerador en el sistema de medición, empleado para medir la velocidad de giro, tal como el utilizado en los trabajos de Dings y Dittrich [86].

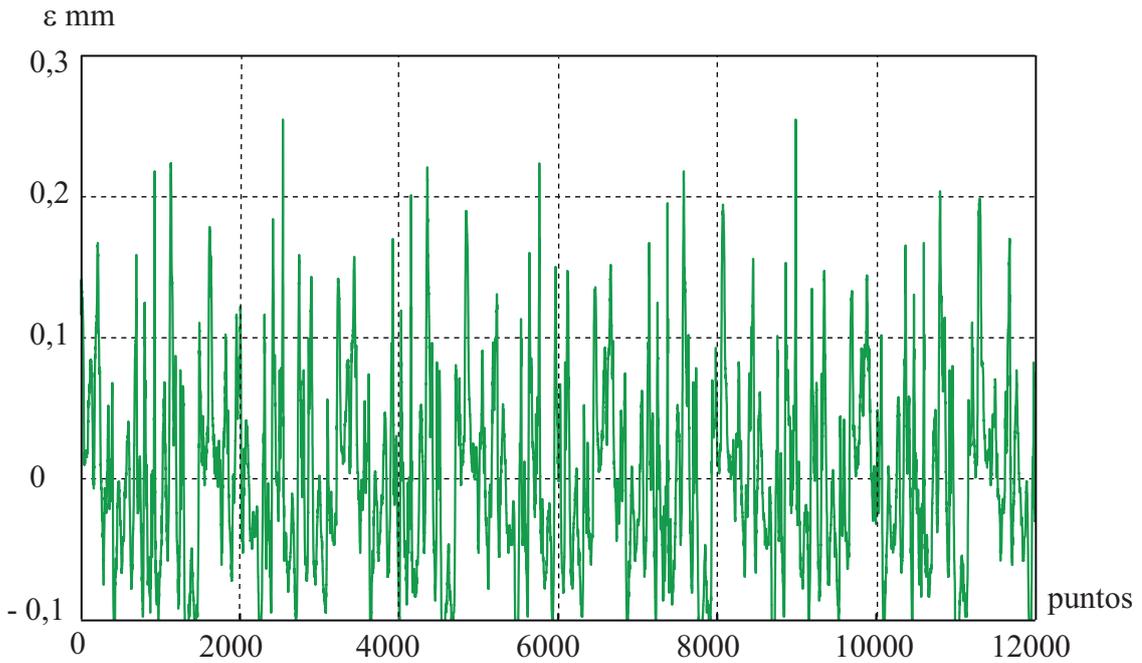


Figura 6.14 Desplazamiento medido por el transductor LVDT. Fuente [21].

En los diferentes experimentos que se hicieron en su momento, se midieron las irregularidades de cuatro perfiles de cuatro ruedas diferentes (figura 6.15): la primera presentaba un desgaste calificado por los operarios de FCMB como medio, la segunda rueda acababa de ser torneada, la tercera presentaba un desgaste más severo que el de las dos anteriores ruedas, y el estado de la cuarta rueda no fue calificado inicialmente.

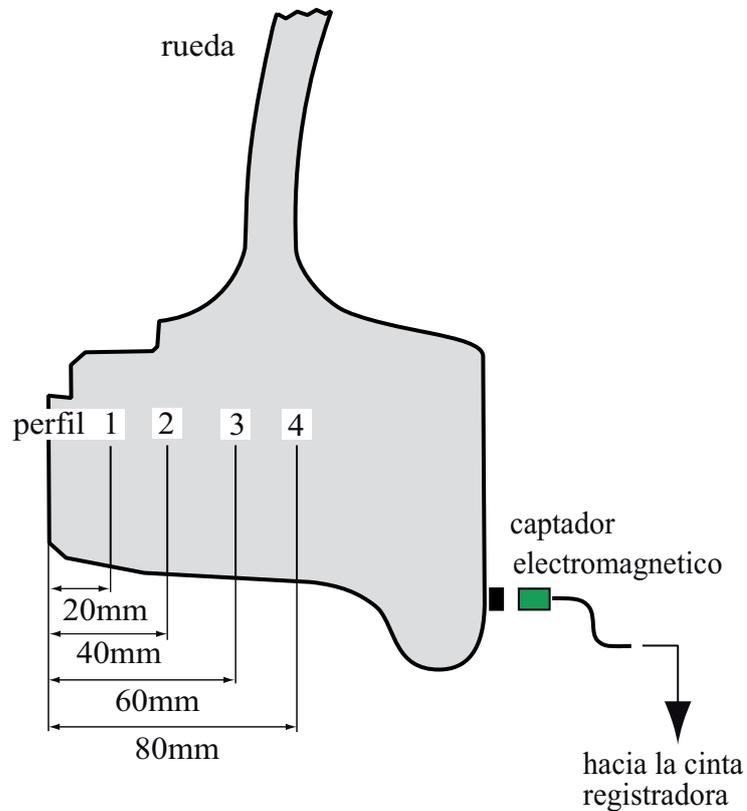


Figura 6.15 Perfiles medidos. Fuente [21].

Para cada perfil estudiado las señales analógicas procedentes del transductor de desplazamiento y del captador magnético se registraron durante varias vueltas de la rueda. Las señales analógicas se digitalizaron a una frecuencia de 200 puntos/s en el Laboratorio de Mecánica y Vibraciones de la UPC [21].

Se ha elegido la primera rueda, dado que se trata de la rueda que define mejor el desgaste medio de las ruedas en funcionamiento, y se ha escogido el cuarto perfil de la rueda, situado en la zona central del ancho de rueda, porque es la zona donde existe más probabilidad de contacto en tramos de vía rectos, la que mejor representa el contacto rueda-carril. La figura 6.16 muestra el perfil de irregularidad de una vuelta de la rueda escogida. El eje de abscisas representa el tiempo suponiendo que la rueda se desplaza a una velocidad de 18 m/s.

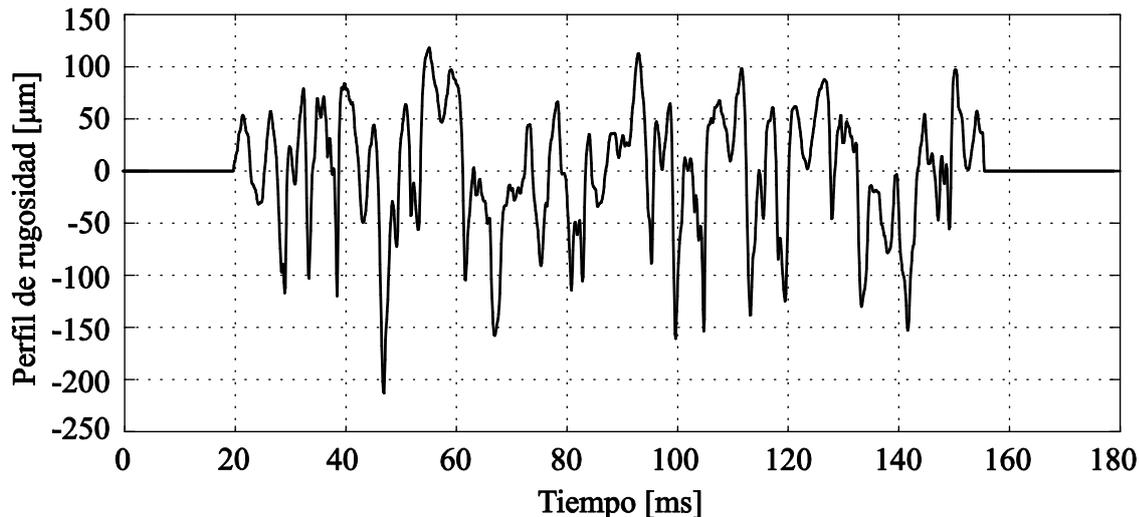


Figura 6.16 Perfil de irregularidad utilizado en ANSYS.

Para poder ser utilizado en la simulación, el perfil de irregularidad se ha tratado con una rutina de Matlab que aplica un filtrado y un posterior remuestreo de la señal. El filtrado elimina las irregularidades de longitud de onda menor que la dimensión longitudinal de la huella de contacto entre rueda y carril; para la carga considerada esta dimensión es de 6 mm aproximadamente.

Este filtrado es necesario ya que las irregularidades demasiado pequeñas son embebidas por la deformación elástica en la zona de contacto y por tanto no intervienen en el mecanismo de generación de la fuerza de contacto.

El remuestreo reduce el número de muestras por segundo y adapta la frecuencia de muestreo al incremento de tiempo escogido para los cálculos con ANSYS. Además, se antepone al registro temporal del perfil de irregularidad una parte de señal de valor cero que representa el tiempo necesario para que el proceso de integración con ANSYS se estabilice totalmente. Este tiempo no se ha representado en la figura 6.16.

### ***6.3.2. Rueda con un plano en su periferia***

Los defectos más usuales de las ruedas ferroviarias son probablemente los planos que aparecen en la banda de rodadura (figura 6.17), sobre todo en vehículos que no tienen sistemas anti-deslizamiento WSP (*Wheel slip prevention*) [87].

Estos planos se originan al deslizar la rueda cuando se producen maniobras bruscas de frenado. Estas circunstancias se producen como consecuencia de una determinada incidencia o por fallos en el sistema antibloqueo de los frenos, ya que por ejemplo se puede originar un bloqueo total o parcial de las ruedas mientras que el coche está en movimiento a lo largo de la vía.



Figura 6.17 Plano simple formado sobre la banda de rodadura. Fuente AMTAB [94].

Además de pérdidas de material por abrasión, esta situación provoca daños térmicos por el calor generado, que disminuyen la dureza de la banda de rodadura y facilitan la aparición de planos en las ruedas. Estos mismos planos, crean variaciones importantes de la fuerza de contacto en un intervalo reducido de tiempo. Un plano recién formado presenta el perfil de una cuerda de circunferencia, pero pronto degenera en un plano de bordes redondeados por causa del desgaste [88]. La figura 6.18 describe la geometría del perfil de un plano idealizado.

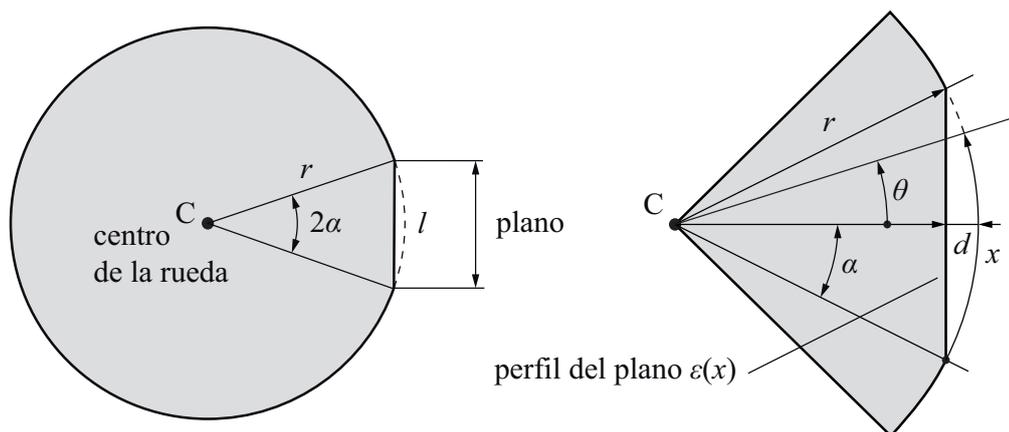


Figura 6.18 Perfil de una rueda con un plano en su superficie.

Analizando la figura es simple deducir la relación geométrica que permite obtener la longitud perimetral del plano,  $l$ , en función del radio de la rueda,  $r$ , y de la profundidad del plano  $d$ :

$$l = 2r\alpha \quad \text{siendo} \quad \cos \alpha = \frac{r-d}{r} \quad \text{i } \alpha \text{ en radianes} \quad (6.1)$$

Conocida la longitud perimetral del plano,  $l$ , se obtiene el perfil del plano,  $\varepsilon(x)$ , en función de la coordenada perimetral  $x$  de acuerdo con la expresión:

$$\varepsilon(x) = r - \frac{r-d}{\cos \theta} \quad \text{siendo} \quad \theta = \frac{x-l/2}{r} \quad \text{en radianes} \quad (6.2)$$

Para describir un plano redondeado por el desgaste y la deformación plástica de sus vértices, diversos autores proponen utilizar la siguiente expresión [2, 21]:

$$\varepsilon(x) = \frac{d}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi x}{l} \right) \right) \quad (6.3)$$

Que es la que finalmente se adopta en el presente trabajo. Para ilustrar la generación de la fuerza normal de contacto rueda-carril producida por un plano, se ha escogido una rueda de 390 mm de radio, con un plano de 0,2 mm de profundidad y de longitud igual a 24,98 mm de acuerdo con la expresión 6.1. El perfil del plano, determinado con la expresión 6.3, se muestra en la figura 6.19.

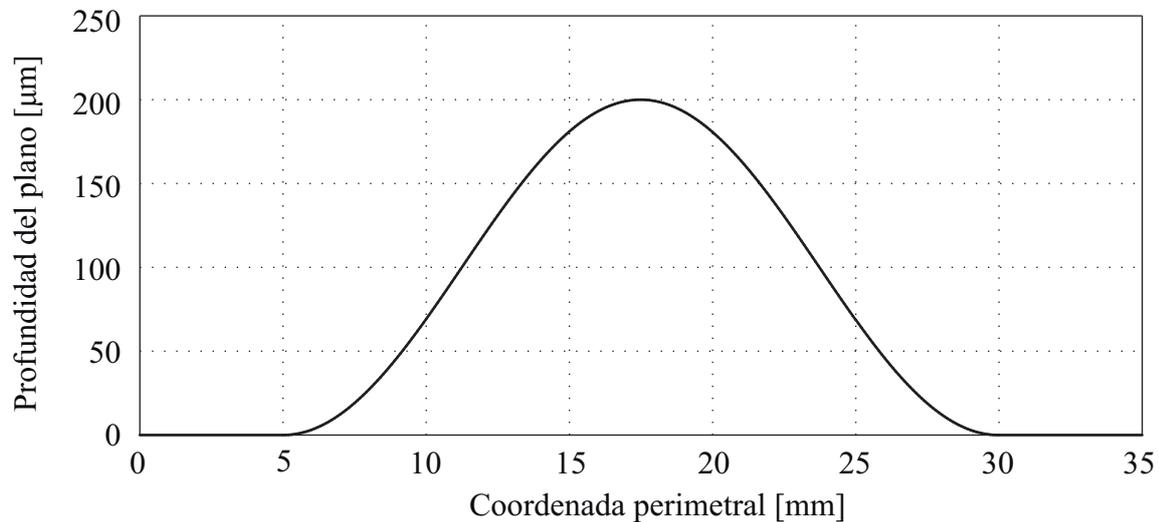


Figura 6.19 Perfil de un plano con una profundidad de 0,2 mm.

La figura 6.20 muestra el perfil del plano en función del tiempo suponiendo que la rueda se desplaza a 18 m/s. Y la figura 6.21 muestra el perfil discretizado con pocos puntos (14 puntos en concreto), que es el perfil utilizado tanto en la simulación numérica como en el cálculo con los modelos analíticos de media vía. Esta aproximación con pocos puntos es necesaria para sincronizar la discretización del perfil con el incremento de tiempo empleado en las rutinas de integración numérica de ANSYS y en las de los modelos analíticos: 0,1 ms.

Este incremento de tiempo permite obtener buenos resultados al mismo tiempo que mantiene el tiempo de cálculo en valores razonables a pesar de la gran complejidad que presentan los modelos numéricos desarrollados, que poseen un gran número de nodos.

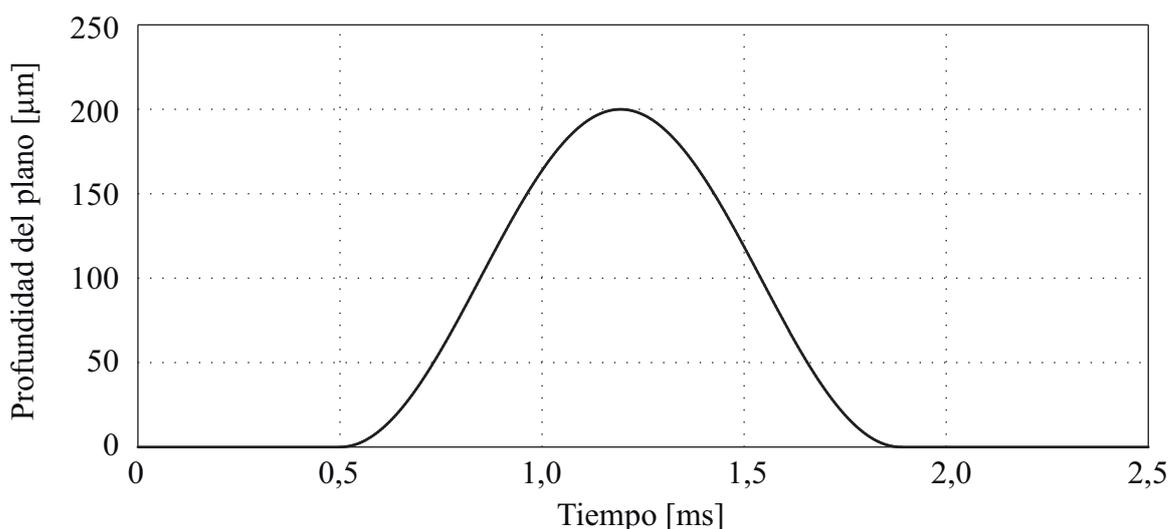


Figura 6.20 Perfil de un plano en función del tiempo, velocidad de la rueda, 18 m/s.

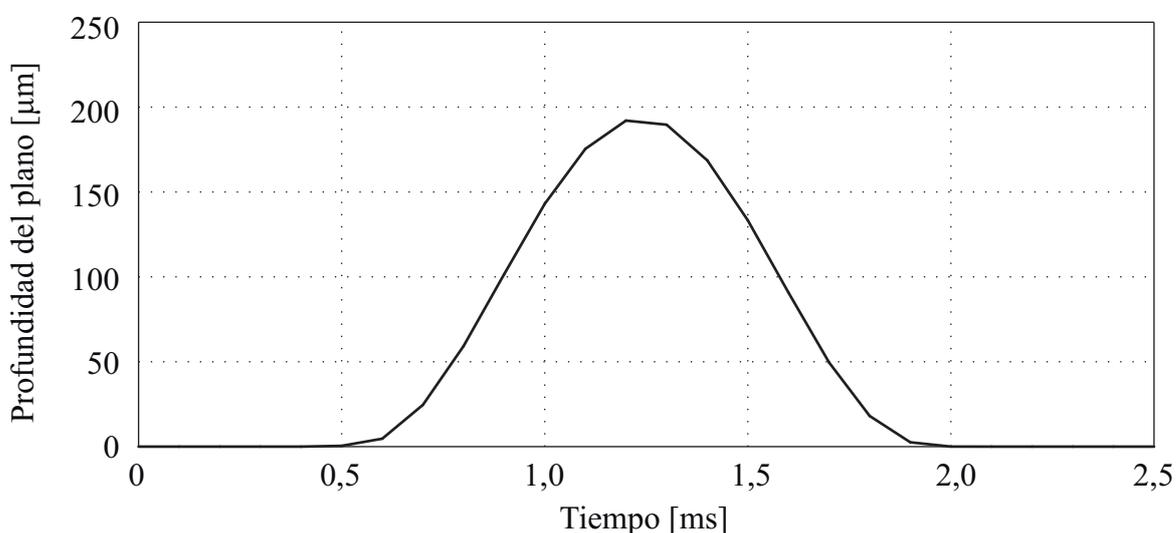


Figura 6.21 Perfil de un plano en función del tiempo. Discretización de 0,1 ms.

Para la introducción de este perfil del plano y del perfil de irregularidad en los modelos numéricos de ANSYS, se ha utilizado el elemento LINK180 ya comentado anteriormente. Este elemento tipo barra posee la propiedad de variar su longitud en función de una ley temporal definida por el usuario a través de un archivo que se introduce en ANSYS, y está pensado básicamente para considerar dilataciones térmicas en los cálculos. En su aplicación a los modelos numéricos de generación de fuerza de contacto, este elemento se interpone entre el nodo que representa la rueda y el elemento que representa la rigidez de contacto, y la ley que se introduce es la variación temporal del perfil del plano o del perfil de irregularidad; de este modo se simula la variación de distancia entre rueda y carril provocada por dicho perfil. Para que el comportamiento de este elemento influya lo mínimo posible en la dinámica de contacto, se le debe asignar una rigidez muy alta y una masa casi nula.

Tanto el perfil del plano como el perfil de irregularidad descritos en este apartado, serán utilizados en los apartados siguientes para obtener resultados mediante el análisis transitorio y así poder sacar conclusiones sobre el mecanismo de generación de la fuerza de contacto.

## 6.4. RESULTADOS DEL ANÁLISIS TRANSITORIO DE DOS TIPOS DE CONTACTO RUEDA-CARRIL

En este apartado se comparan los resultados del análisis transitorio, utilizando dos modelos que describen el contacto rueda-carril, uno numérico y otro analítico, para cada uno de los dos tipos de vía que se analizan: una vía con fijaciones DFF y una vía con traviesas tipo bloque. Con ello se pretende comparar los resultados y analizar las similitudes y diferencias entre modelos numéricos y analíticos.

Para poder comparar resultados, los dos modelos numéricos deben ser de media vía ya que los modelos analíticos disponibles son de este tipo. Los dos modelos numéricos que representan la media vía, ya han sido introducidos al principio del segundo apartado de este capítulo. Los dos modelos analíticos se definen según un modelo dinámico que consta de tres partes: el modelo de vía, el modelo de rueda y el modelo de fuerza de contacto (figura 6. 22).

El modelo de vía analítico es el modelo continuó que considera todos los parámetros de los diferentes tipos de vía distribuidos a lo largo de la misma, a modo de capas. El carril se considera como una viga infinita de Euler [5, 27], lo que proporciona una respuesta dinámica de la vía satisfactoria para el rango frecuencial de interés, comprendido entre 10 y 400 Hz.

Este modelo de vía está descrito en el cuarto apartado del segundo capítulo del estado de arte. El modelo de rueda adoptado es un sistema de masa-muelle-amortiguador de comportamiento lineal, formado por una masa rígida que representa la rueda y un muelle-amortiguador que representa la suspensión primaria. Se considera que la masa suspendida, la del bogie más coche, no está afectada por el movimiento de la suspensión. El peso del coche se reparte sobre las ocho ruedas de los dos bogies. A través de este modelo se determina el desplazamiento vertical del centro de la rueda que interviene en la expresión de la fuerza de contacto.

El modelo de la fuerza de contacto, al igual que en los modelos numéricos expuestos anteriormente, se basa en la teoría no lineal de Hertz, la cual considera que la fuerza es directamente proporcional a la deformación elástica de contacto elevada a una potencia.

De acuerdo con la ecuación (2.23), la deformación de contacto depende de los desplazamientos verticales del carril,  $y_T$ , de la rueda,  $y_W$ , y del perfil de irregularidad,  $\varepsilon(t)$ . El perfil, que depende de la posición del punto de contacto respecto a la rueda, se expresa en función del tiempo considerando que la velocidad del tren es constante.

A partir del perfil de irregularidad de la rueda,  $\varepsilon(t)$ , se obtienen soluciones en el tiempo combinando simultáneamente las integrales de convolución en las que intervienen las respuestas impulsionales de la vía y del sistema rueda más suspensión primaria, con las ecuaciones de contacto, 2.22 y 2.23. Este procedimiento de integración ha sido desarrollado e implementado en Matlab por investigadores del GREVTAM [2, 26]. Como perfiles de irregularidad se han utilizado tanto el correspondiente al plano de 0,2 mm de profundidad, figura 6.21, como el perfil obtenido experimentalmente, figura 6.16.

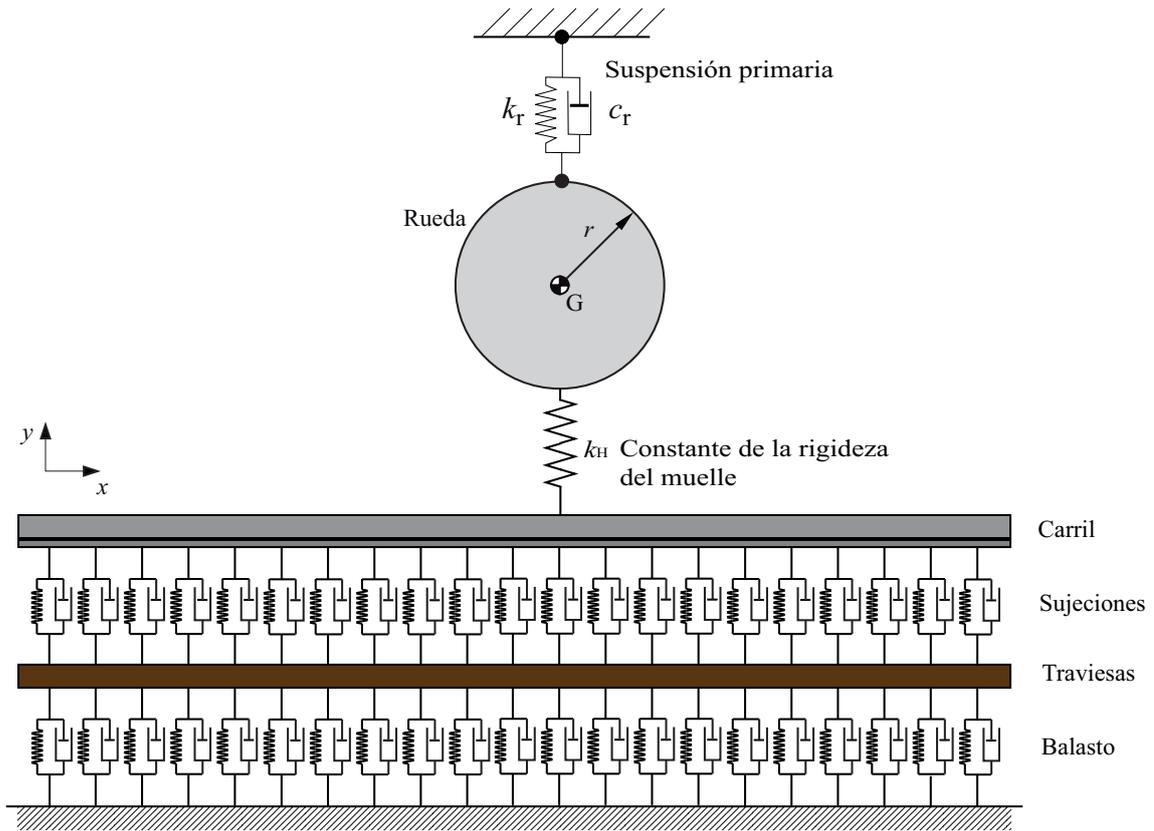


Figura 6.22 Modelo analítico del contacto rueda-carril.

En las siguientes gráficas se comparan los resultados del análisis transitorio de los modelos de media vía, de la vía DFF y de la vía bloque, aplicando los dos perfiles de irregularidad comentados. En todos los resultados se analiza la fuerza de contacto vertical, el desplazamiento vertical de la rueda y finalmente el desplazamiento vertical del carril.

**Resultados del análisis transitorio de la media vía DFF con el perfil de irregularidad del plano de 0,2 mm de profundidad en la rueda**

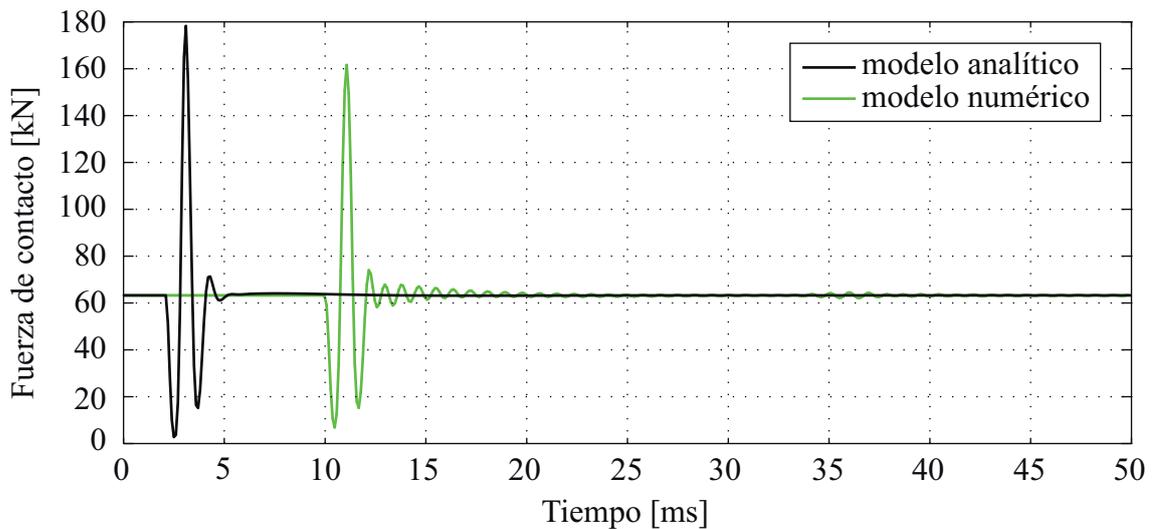


Figura 6.23 Comparación de la fuerza vertical de contacto de media vía DFF. Plano de rueda.

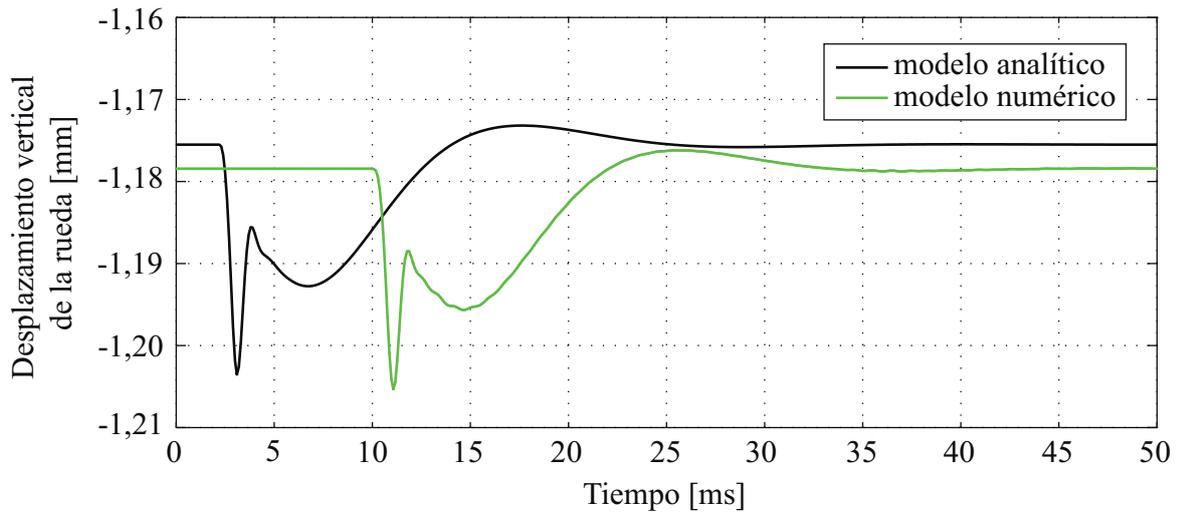


Figura 6.24 Comparación del desplazamiento vertical de la rueda de media vía DFF. Plano de rueda.

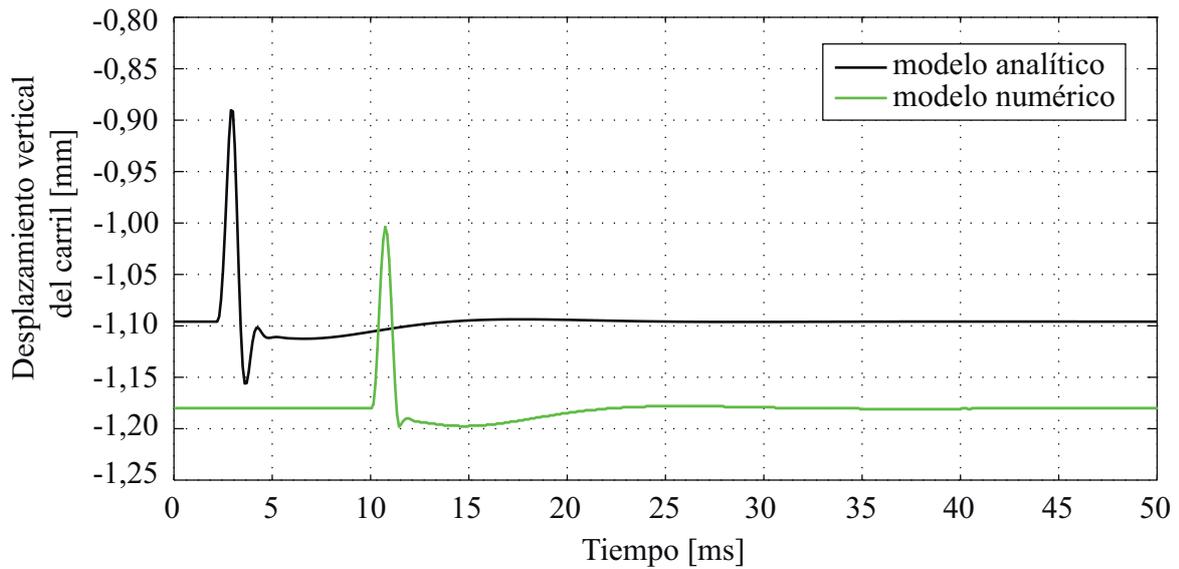


Figura 6.25 Comparación del desplazamiento vertical del carril de media vía DFF. Plano de rueda.

**Resultados del análisis transitorio de la media vía DFF con el perfil de irregularidad experimental**

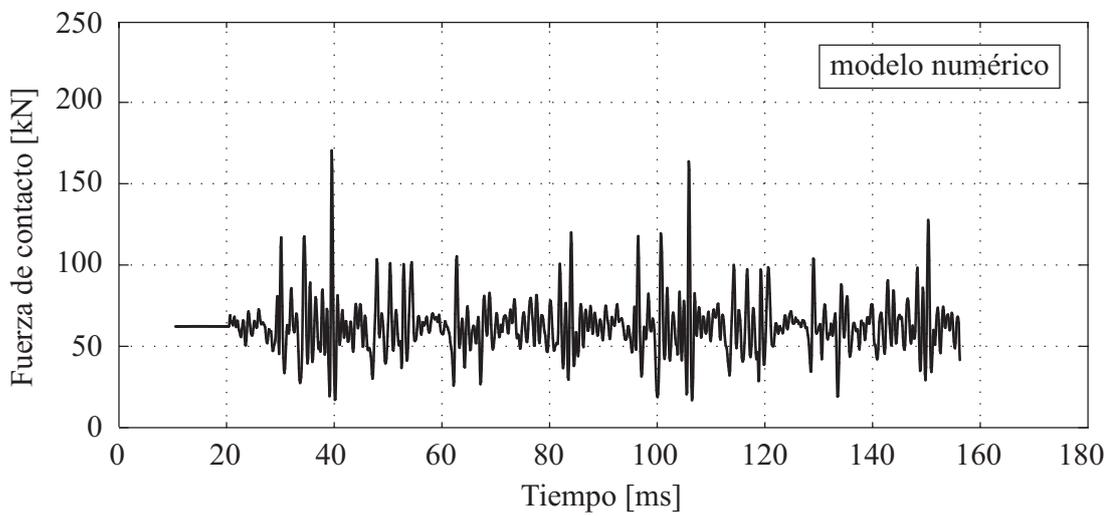
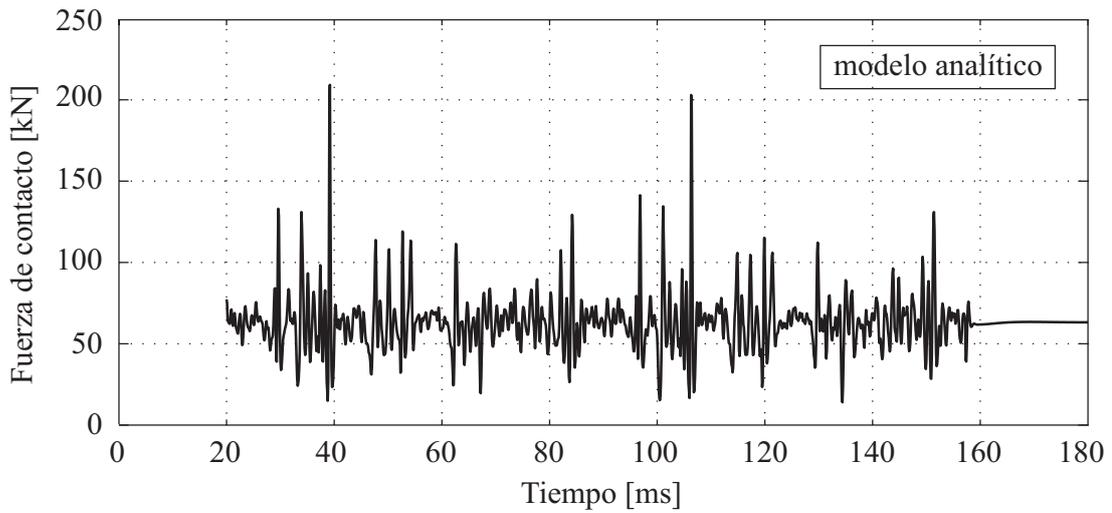
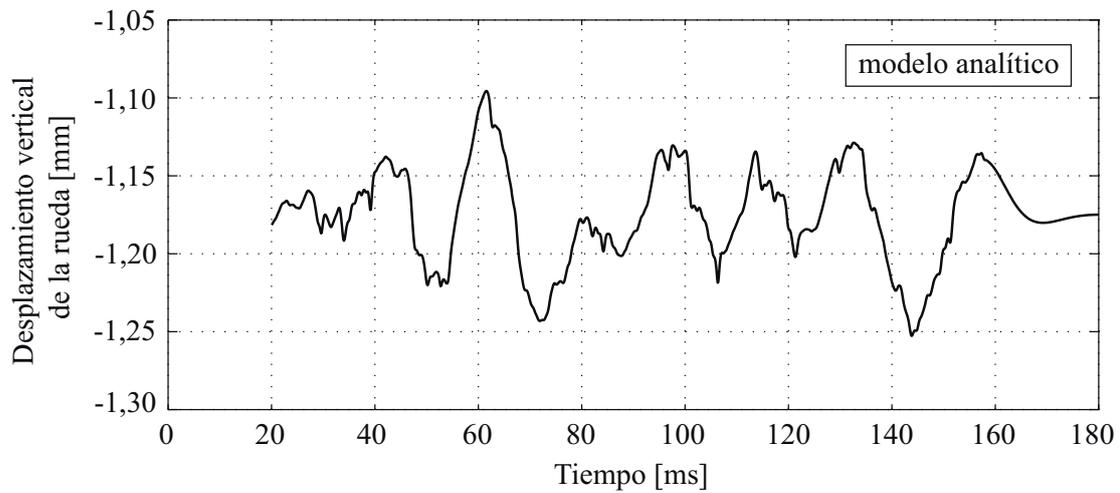


Figura 6.26 Comparación de la fuerza vertical de contacto de media vía DFF. Perfil experimental.



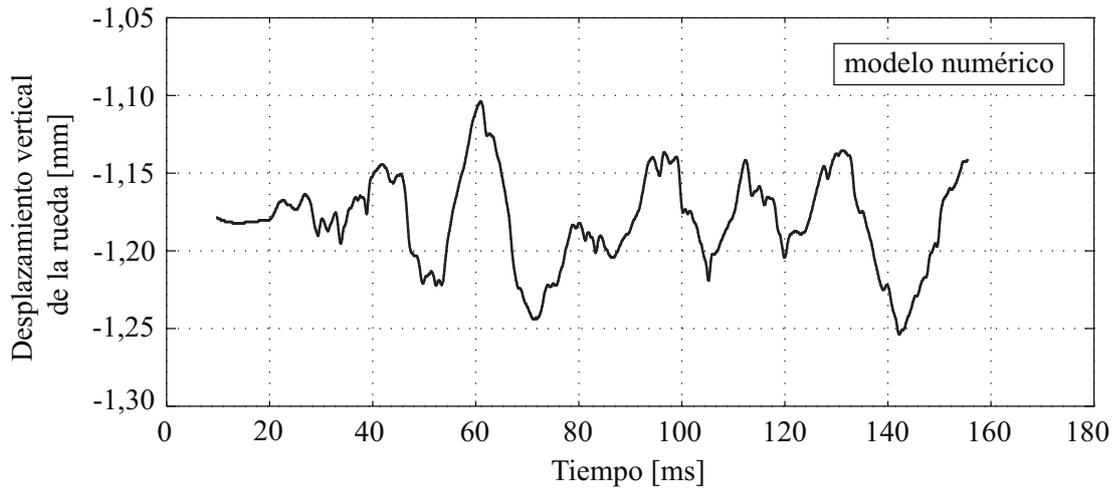


Figura 6.27 Comparación del desplazamiento vertical de la rueda de media vía DFF. Perfil experimental.

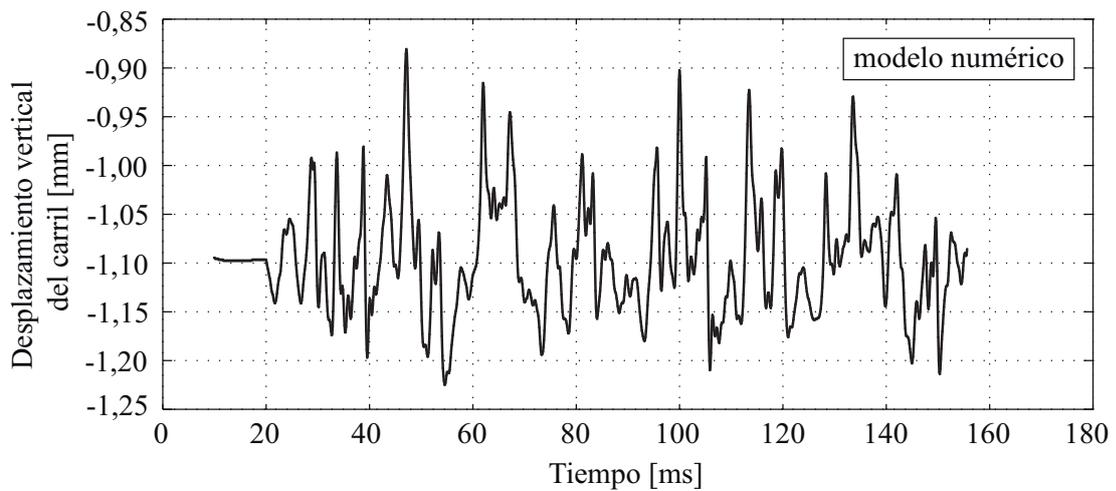
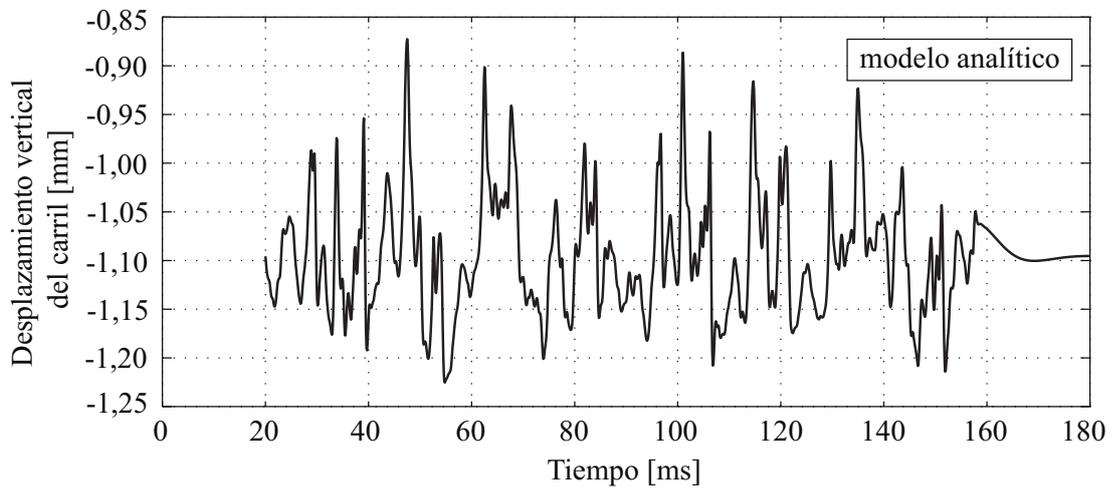


Figura 6.28 Comparación del desplazamiento vertical del carril de media vía DFF. Perfil experimental.

**Resultados del análisis transitorio de la media vía bloque con el perfil de irregularidad del plano de 0,2 mm de profundidad en la rueda**

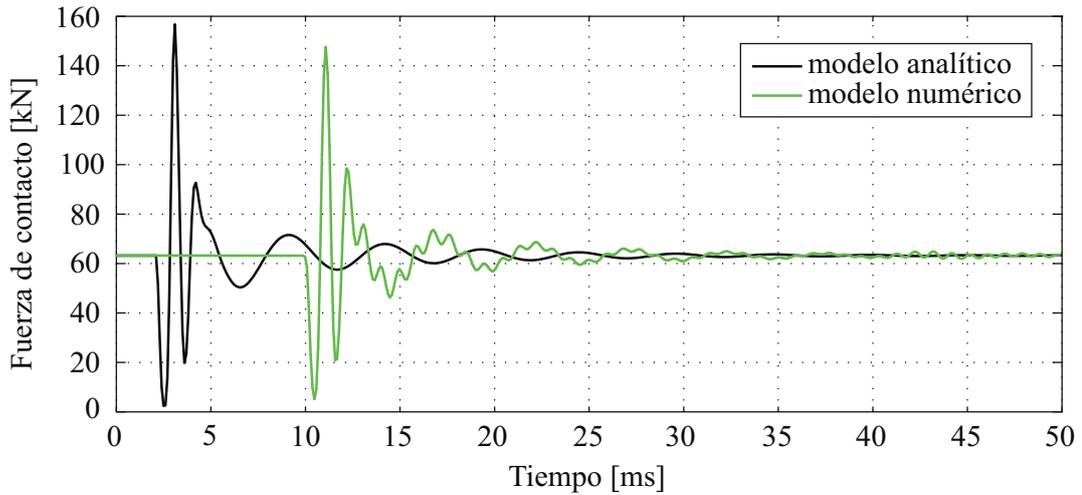


Figura 6.29 Comparación de la fuerza vertical de contacto de media vía bloque. Plano de rueda.

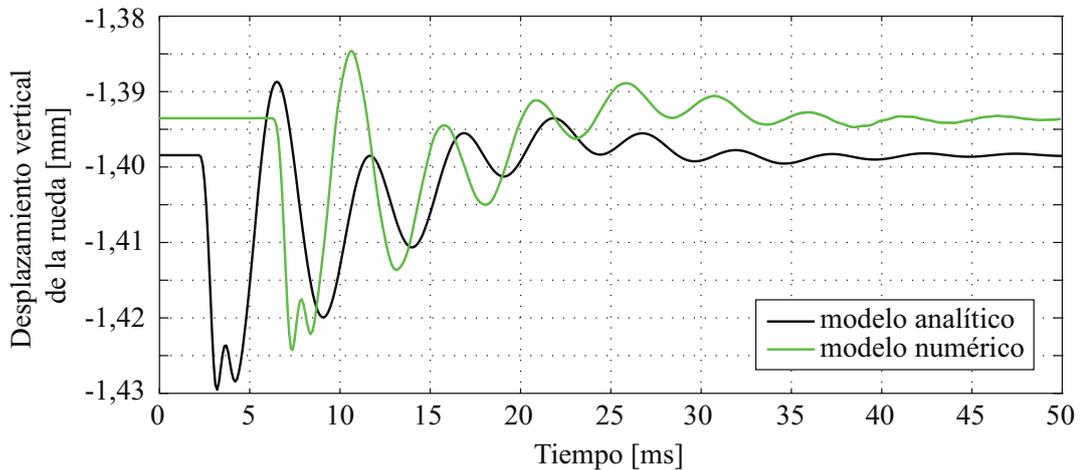


Figura 6.30 Comparación del desplazamiento vertical de la rueda de media vía bloque. Plano de rueda.

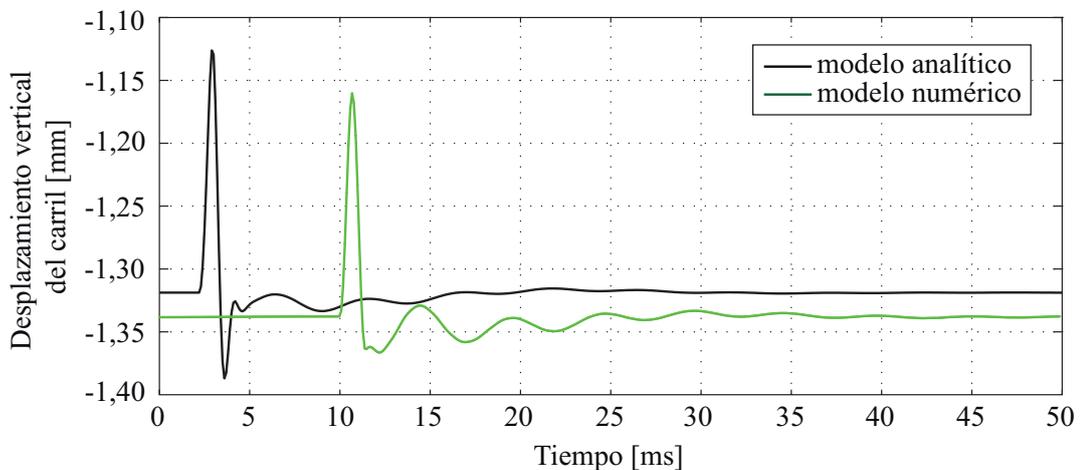


Figura 6.31 Comparación del desplazamiento vertical del carril de media vía bloque. Plano de rueda.

**Resultados del análisis transitorio de la media vía bloque con el perfil de irregularidad experimental**

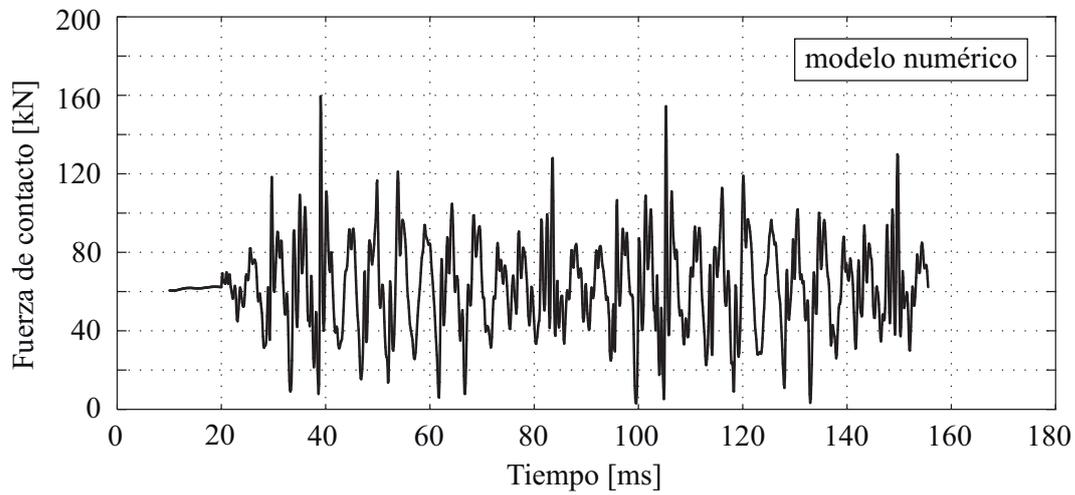
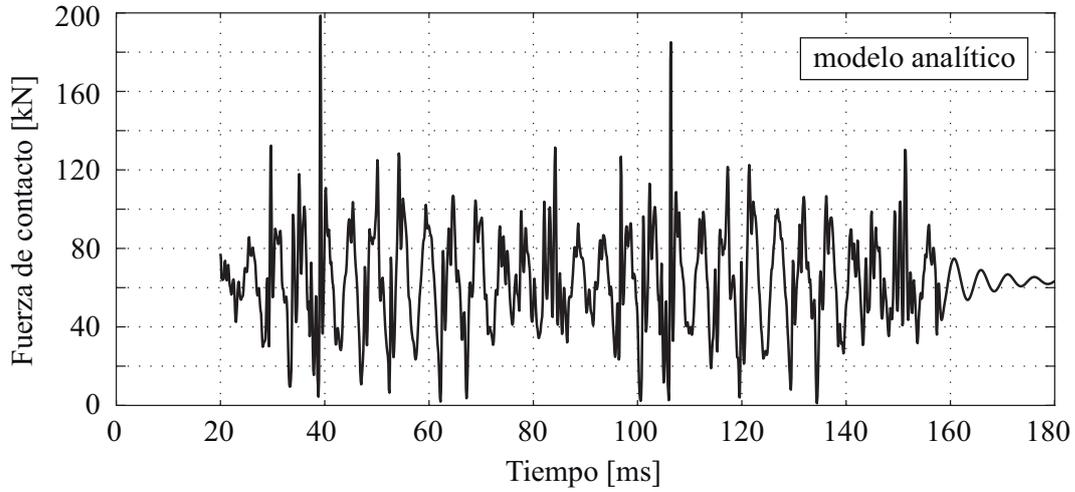
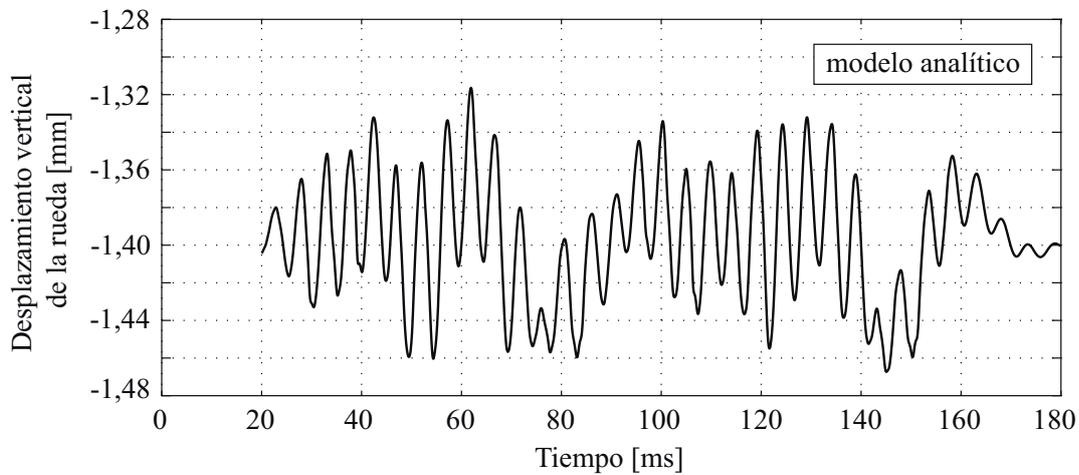


Figura 6.32 Comparación de la fuerza vertical de contacto de media vía bloque. Perfil experimental.



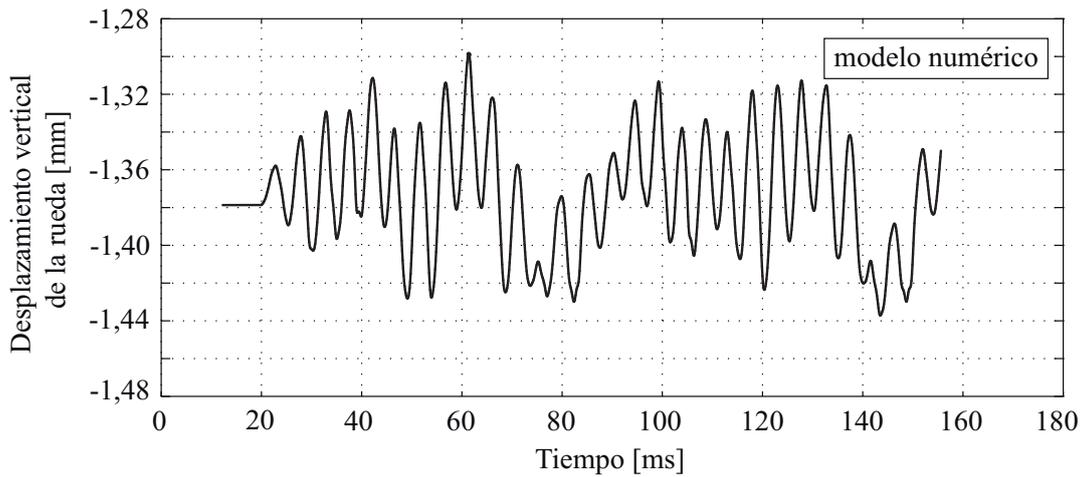


Figura 6.33 Comparación del desplazamiento vertical de la rueda de media vía bloque. Perfil experimental.

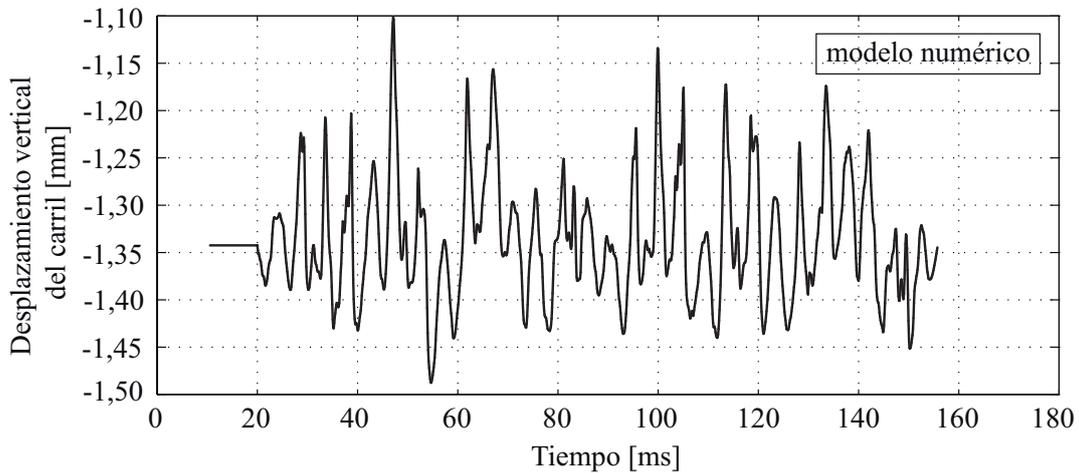
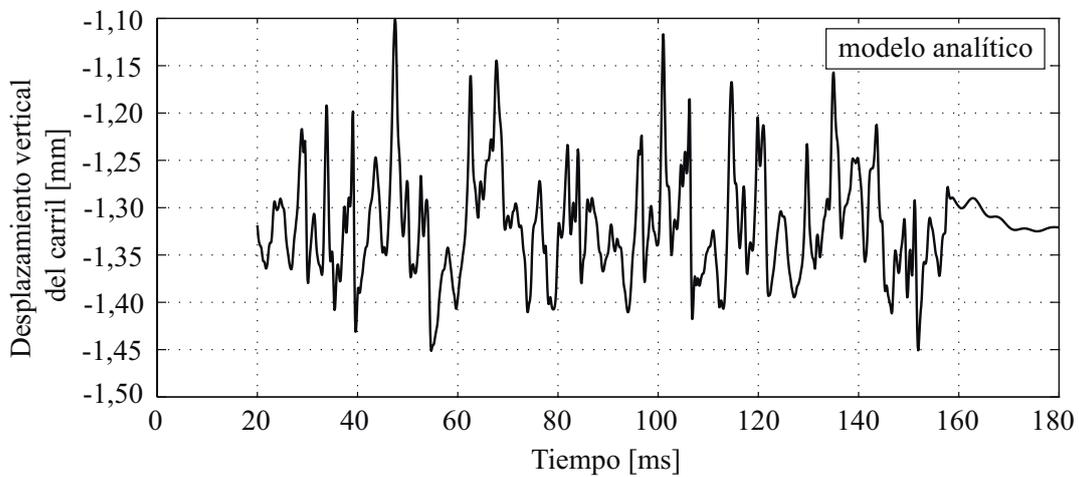


Figura 6.34 Comparación del desplazamiento vertical del carril de media vía bloque. Perfil experimental.

Las tres primeras figuras de los dos tipos de vía (figuras de la 6.23 a la 6.25 y de la 6.29 a la 6.31) muestran que la influencia de un plano es importante. Se observa que en el momento en que la rueda conecta con el carril en la región del plano, aparece una disminución de la fuerza normal debida al cambio brusco del perfil de la rueda que prácticamente llega a un valor nulo, es decir a la separación momentánea de la rueda y

el carril. Se percibe también que los desplazamientos del carril y del centro de la rueda presentan una amplitud pequeña. En todos los casos, los resultados que proporcionan los modelos numéricos y los que proporcionan los modelos analíticos concuerdan de forma satisfactoria.

El resto de las figuras (figuras de la 6.26 a la 6.28 y de la 6.32 a la 6.34) corresponden a los resultados de la rueda con el perfil de irregularidad experimental. La irregularidad produce una progresiva fluctuación de la fuerza de contacto rueda-carril, además de originar un desplazamiento vertical variable de los componentes de la vía y del centro de la rueda en torno a las condiciones de equilibrio, que corresponden a cuando la rueda y el carril son lisos y libres de irregularidades. Sin embargo, dadas las características del perfil real, no se aprecian cambios severos en la magnitud de la fuerza, ya que no se presentan cambios bruscos en el perfil, excepto en algunos instantes en que aparecen pulsos de fuerza más acusados.

Es interesante destacar que en general la vibración de la rueda es más lenta, es decir su rango de frecuencias es más bajo que el que se puede observar para los distintos tipos de vía. Este hecho se asocia a las características del sistema eje ferroviario y suspensión primaria: una masa elevada y una rigidez de la suspensión comparativamente menor que la de las vías, con un amortiguamiento importante.

En todos los casos, los resultados que proporcionan los modelos numéricos y los que proporcionan los modelos analíticos concuerdan de forma muy apreciable, presentando algunas diferencias para los impulsos de fuerza de mayor magnitud.

---

## **6.5. RESULTADOS DEL ANÁLISIS TRANSITORIO DE MODELOS NUMÉRICOS DE DIFERENTES SISTEMAS DE VÍA-EJE FERROVIARIO**

Una de las ventajas de los modelos numéricos de contacto de una vía entera con un sistema eje ferroviario de dos ruedas, frente a los modelos analíticos de contacto de media vía, es que permiten la comparación de los niveles de vibración que muestran ambos carriles y ambas ruedas de los modelos numéricos, cuando se escoge un perfil plano o de irregularidad para una de las ruedas que componen el sistema vía-eje ferroviario.

Con este fin, se han obtenido resultados aplicando el análisis transitorio a los modelos numéricos de vía entera correspondientes a tres tipos de vía: la vía DFF, la vía clásica, con traviesas de hormigón y balasto, y la vía bloque con riostra. El modelo numérico del sistema eje ferroviario-vía DFF es la combinación de los dos siguientes modelos: el primer modelo numérico de vía DFF es solo la simetría en dirección longitudinal del modelo numérico de media vía tipo DFF, presentado anteriormente en el apartado 6.1, ya que se supone que no hay interacción entre carriles a través de la base de la vía; el segundo modelo numérico que representa el sistema eje-ferroviario, utiliza el mismo modelo numérico APDL4 presentado en el cuarto capítulo. Los casos de los modelos numéricos de la vía clásica y la vía bloque con riostra, ya se han expuesto con exactitud en el primer apartado de este capítulo.

Para excitar el sistema, se aplica el mismo perfil de irregularidad experimental mostrado en la figura 6.16, solo a una de las ruedas en contacto con la vía, en concreto con el denominado carril 1. En los resultados del análisis transitorio, se compara la fuerza de contacto vertical del carril excitado y el no excitado, el desplazamiento vertical de las dos ruedas, y finalmente del desplazamiento vertical en el punto de contacto de los dos carriles.

Resultados del análisis transitorio de la vía DFF

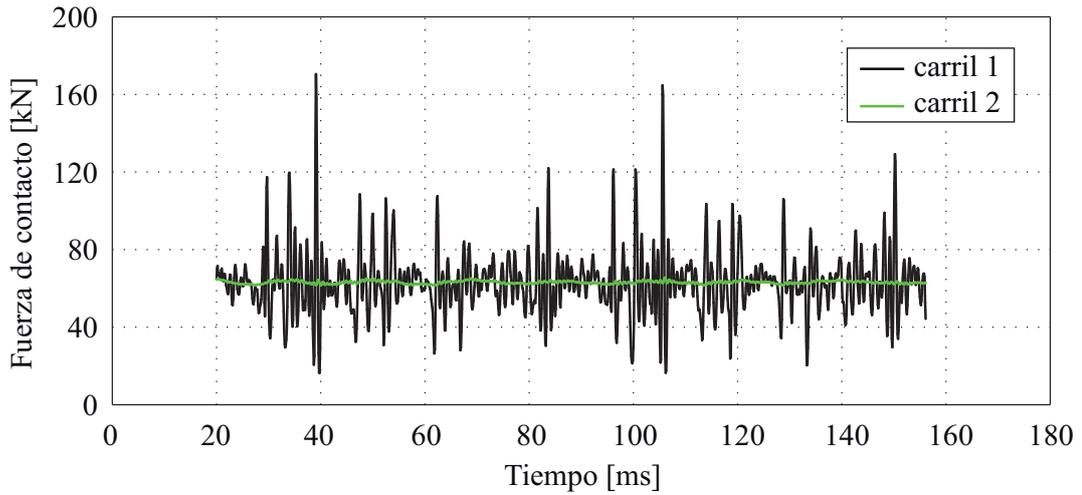


Figura 6.35 Comparación de las fuerzas normales de contacto. Vía DFF.

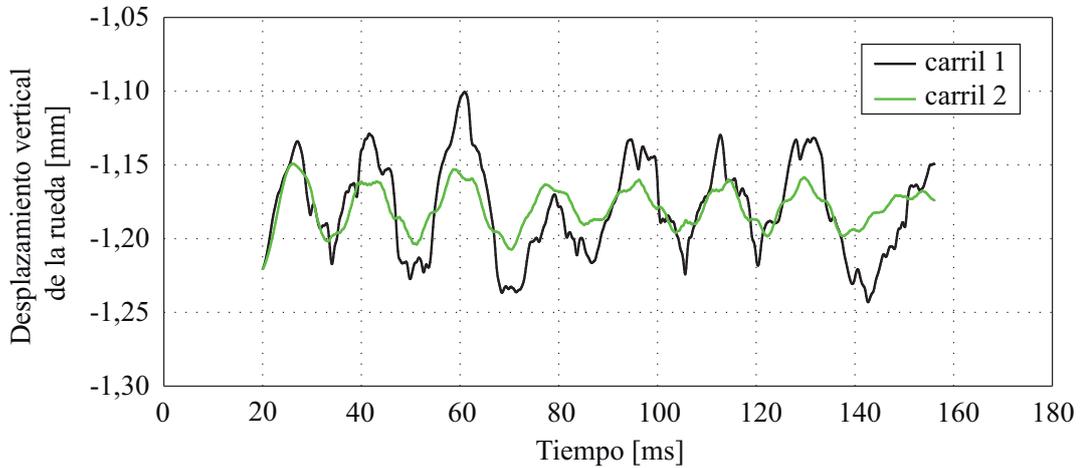


Figura 6.36 Comparación del desplazamiento de las dos ruedas en contacto. Vía DFF.

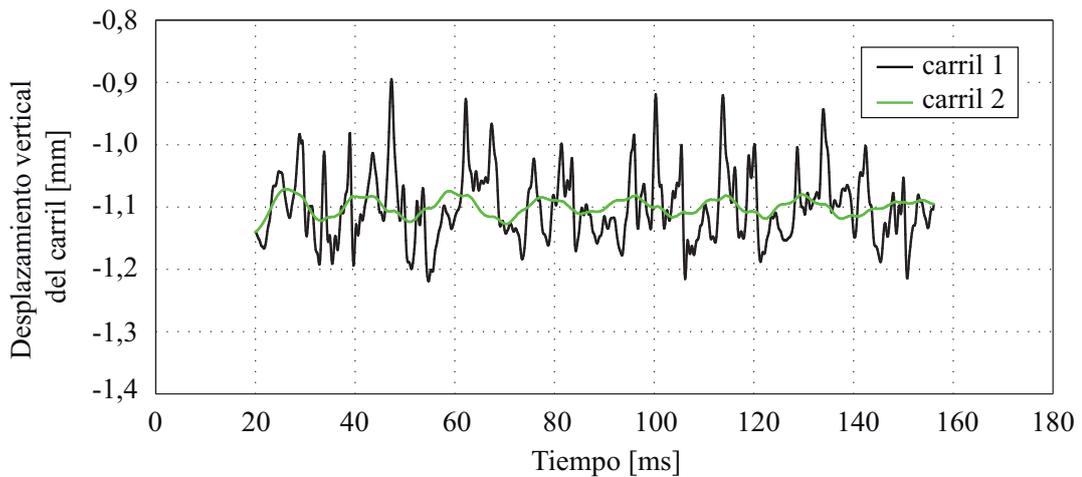


Figura 6.37 Comparación del desplazamiento de los dos carriles en contacto. Vía DFF.

**Resultados del análisis transitorio de la vía clásica**

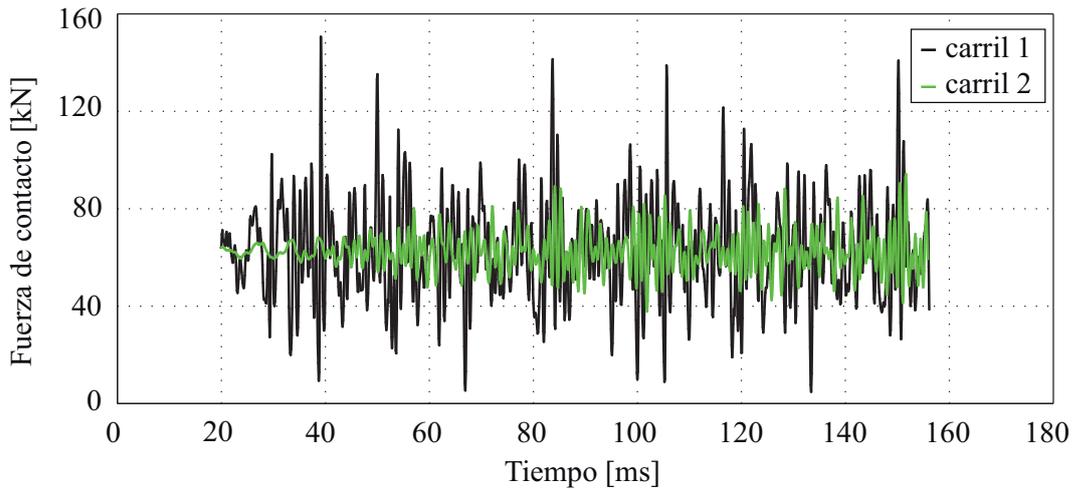


Figura 6.38 Comparación de las fuerzas normales de contacto. Vía clásica.

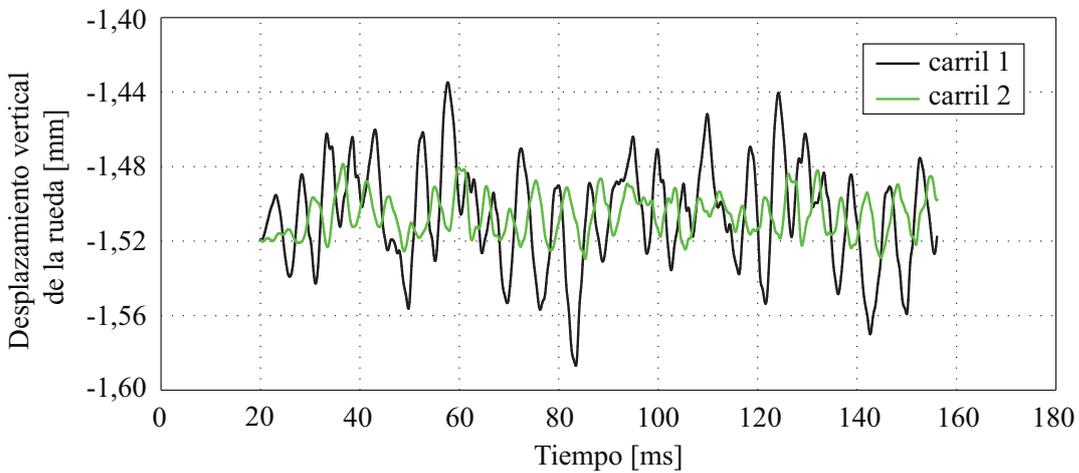


Figura 6.39 Comparación del desplazamiento de las dos ruedas en contacto. Vía clásica.

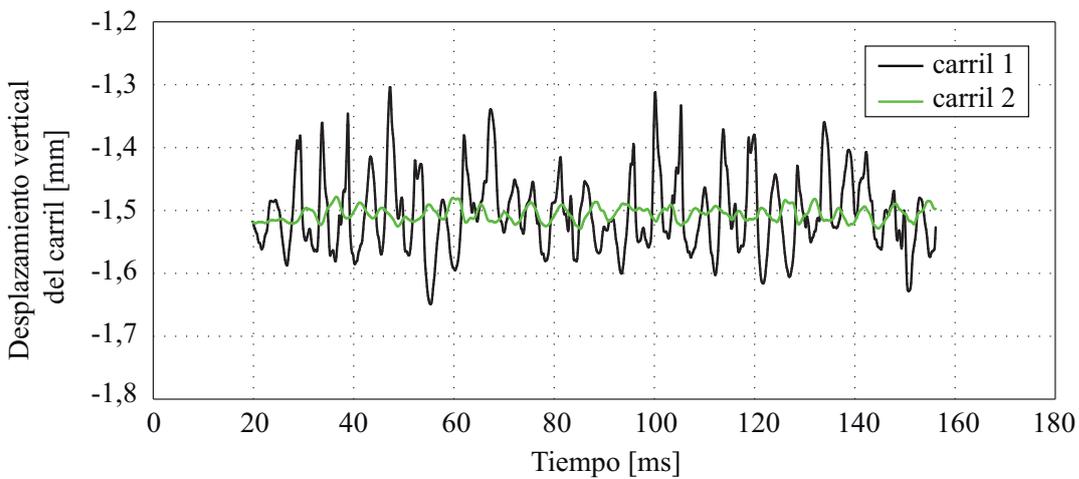


Figura 6.40 Comparación del desplazamiento de los dos carriles en contacto. Vía clásica.

**Resultados del análisis transitorio de la vía bloque con riostra**

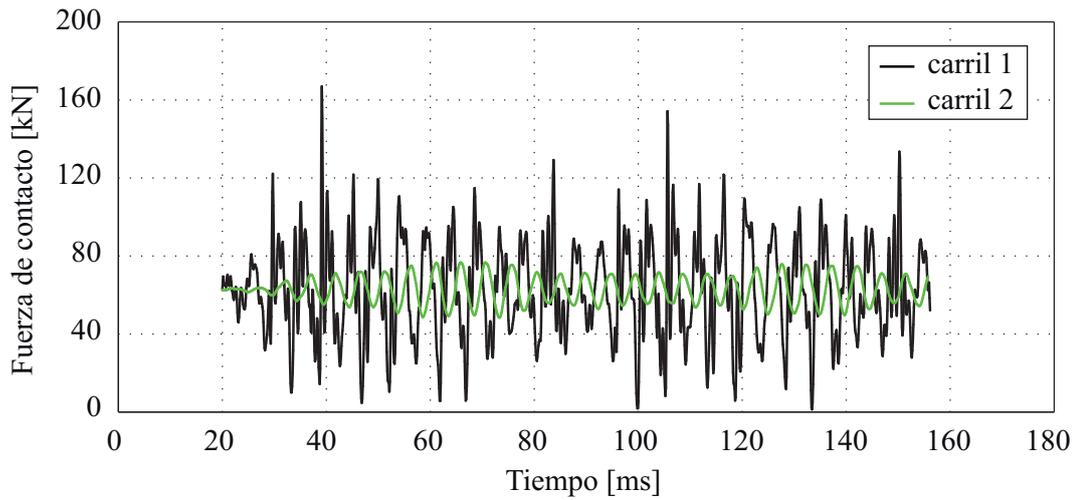


Figura 6.41 Comparación de las fuerzas normales de contacto. Vía bloque con riostra.

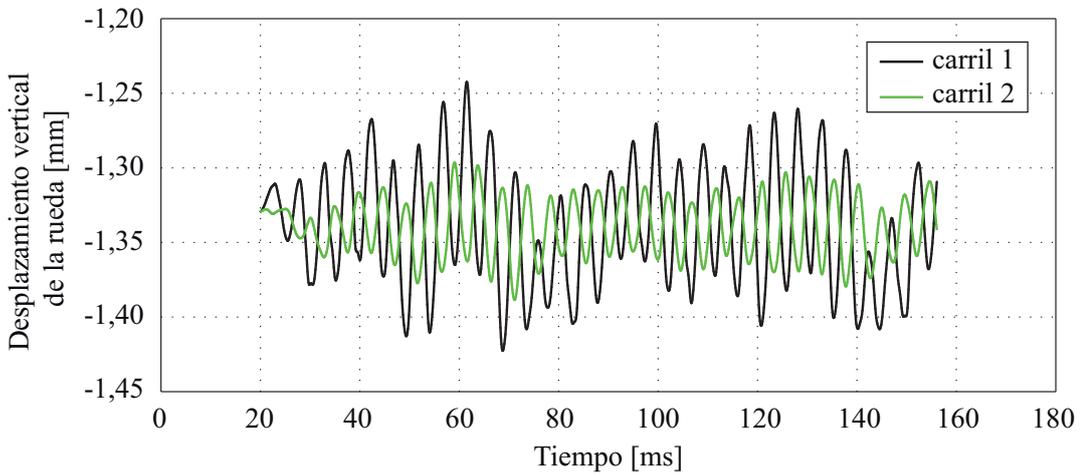


Figura 6.42 Comparación del desplazamiento de los dos ruedas en contacto. Vía bloque con riostra.

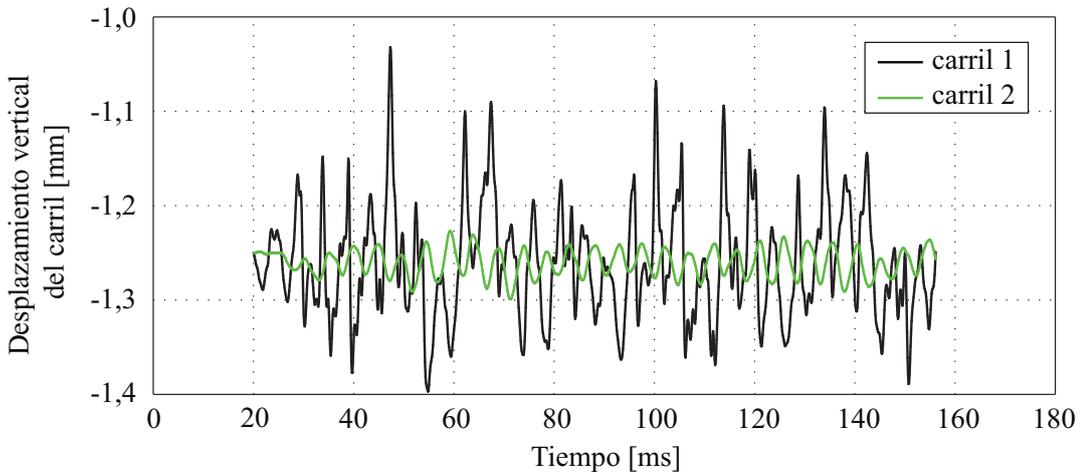


Figura 6.43 Comparación del desplazamiento de los dos carriles en contacto. Vía bloque con riostra.

Los resultados de la vía DFF muestran que no se produce una gran interacción entre ambos carriles. La fuerza de contacto entre la rueda lisa y el carril 2 prácticamente no fluctúa, lo que significa que hay poca interacción entre los mecanismos de generación de la fuerza de contacto en ambos carriles. Hay que tener en cuenta que, según el modelo, no se produce interacción a través de la base de la vía, y por tanto solo se produce transmisión a través del eje.

Los resultados de los dos tipos de vía que conllevan traviesas, la vía clásica y la vía bloque con riostra, ponen de manifiesto, tanto en los registros de desplazamientos verticales como en la historia temporal de la fuerza de contacto rueda-carril, que la interacción entre los mecanismos de generación de fuerza en ambos carriles es más significativa; debido a la transmisión a través del eje y en estos casos también a través de traviesas o riostras.

---

## **6.6. CONCLUSIONES**

Como conclusiones generales sobre los modelos de generación desarrollados, así como de los resultados obtenidos mediante el análisis transitorio, se puede citar:

Los modelos numéricos de contacto permiten estudiar la influencia que poseen diversos tipos de irregularidades en la superficie de una rueda en la producción de vibraciones debido a diferentes tipos de contacto, según sea el caso.

Los resultados de los modelos numéricos muestran que la metodología empleada es capaz de predecir la historia temporal de la fuerza normal de contacto en diferentes localizaciones, en función de la carga, de los perfiles de irregularidad de las ruedas y de los parámetros del sistema vía más eje ferroviario y suspensión primaria.

Los resultados obtenidos con los modelos numéricos de media vía se correlacionan adecuadamente con los resultados analíticos, de uso muy extendido. Los resultados obtenidos con los modelos de vía entera demuestran que, según el tipo de vía, existe interacción entre los mecanismos de generación de fuerza de contacto en ambos carriles, que en algunos casos puede ser significativa. Este hecho justifica la utilidad de los modelos numéricos completos de contacto eje ferroviario-vía. En general, todos los resultados muestran que pequeñas variaciones en la deformación conjunta existente entre la rueda y el carril, se traducen en fluctuaciones importantes en la fuerza de contacto, dado que la rigidez de contacto, descrita con la teoría de Hertz, es muy elevada.

Se dispone de un método numérico sencillo para estimar los niveles de vibración que se presentan en las vías ferroviarias al paso de un tren a velocidad constante. El método proporciona una herramienta para predecir niveles de vibración durante las fases de proyecto y desarrollo de nuevos trazados.

## **7. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

---

### **7.1. INTRODUCCIÓN**

Se comentan en este capítulo las conclusiones del trabajo de investigación y las aportaciones más importantes desarrolladas para cumplir con los objetivos expuestos en el primer capítulo. Estos objetivos conducen al objetivo general: realizar nuevos modelos numéricos, basados en el método de elementos finitos, para el estudio del comportamiento vibratorio de diferentes tipos de vía. En último lugar se describen algunas extensiones relacionadas con la tesis para futuras líneas de investigación.

### **7.2. CONCLUSIONES**

En el trabajo realizado en esta tesis se ha alcanzado el objetivo general descrito anteriormente; se han introducido nuevos modelos numéricos de diferentes tipos de vía que superan las limitaciones de los modelos analíticos ampliamente utilizados para el estudio de las vibraciones provocadas por el contacto rueda-carril. Asimismo se ha llegado a implementar un modelo numérico del sistema formado por la vía y el eje ferroviario con la suspensión primaria que reproduce de forma satisfactoria el mecanismo de generación de vibraciones en el contacto rueda-carril.

A continuación, se detallan las conclusiones principales de cada uno de los objetivos planteados en el primer capítulo.

El análisis de la situación actual del estado del arte se ha centrado en los modelos analíticos existentes para el estudio de los fenómenos de generación y transmisión de vibraciones, y en modelos numéricos basados en el método de elementos finitos que tratan principalmente sobre problemas de propagación de ondas y de vibraciones generadas y transmitidas en vías de alta velocidad. La evolución en los modelos numéricos es cada vez más interesante, gracias a la creciente capacidad de las herramientas informáticas, pero aun así es de difícil acceso para la creación de metodologías y modelos prácticos que se puedan implementar con herramientas informáticas cotidianas.

Se ha comprobado que con una herramienta informática comercial, ANSYS 13 en el caso de esta tesis, es posible simular con recursos de cálculo habituales el comportamiento dinámico de sistemas complejos como es el del contacto rueda-carril. Para ello se ha utilizado el módulo APDL (*ANSYS Parametric Design Language*) que es un lenguaje que permite precisar totalmente las simulaciones en ANSYS desde comandos de texto. Su sintaxis incluye los tradicionales bucles de control de cualquier lenguaje de programación.

Se han elaborado nuevos modelos numéricos en ANSYS 13, para el cálculo de la receptancia de diferentes tipos de vía y se han comparado con modelos analíticos anteriormente desarrollados. En todos los casos se ha considerado que la vía está apoyada sobre un medio con impedancia infinita, hipótesis apropiada si lo que se pretende es simular el mecanismo de generación de la fuerza de contacto rueda-carril. En trabajos anteriores esta hipótesis ha sido comprobada para las velocidades de desplazamiento habituales de un tren metropolitano, según el rango frecuencial de interés. Las receptancias de vía obtenidas con los modelos numéricos y los modelos analíticos son casi idénticas, lo cual ha permitido validar los primeros.

Se han desarrollado modelos que representan el conjunto eje ferroviario-suspensión primaria, mediante los módulos Workbench y APDL de ANSYS 13. Estos modelos facilitan resultados equivalentes tanto en un análisis modal como en un análisis armónico. La comparación entre modelos ha puesto de manifiesto que modelos simples, programados en APDL, son suficientes para describir el comportamiento

vibratorio del conjunto sin necesidad de modelizaciones muy complejas, con un gran número de nodos, y costosas en tiempo de cálculo y recursos informáticos.

En el caso de estudio, el modelo APDL4 se ha mostrado como el modelo más simple y el menos costoso en tiempo de cálculo, que permite detallar correctamente el comportamiento vibratorio del conjunto eje ferroviario-suspensión primaria, y es por eso que ha sido el modelo escogido para formar parte de los modelos numéricos complejos que describen el problema del contacto entre el conjunto y la vía.

Se ha constatado que el modelo numérico simple del conjunto eje ferroviario-suspensión primaria permite estudiar aspectos de su comportamiento vibratorio que un modelo analítico de rueda más suspensión no refleja, por ejemplo la interacción significativa que se produce entre ambas ruedas a través del camino de transmisión que proporciona el eje. Igualmente, el modelo numérico facilita el análisis de los factores que intervienen en la generación de vibraciones en el contacto rueda-carril y su transmisión en el área de contacto.

Las técnicas de medición de vibraciones elaboradas en el Departamento de Ingeniería Mecánica y la colaboración mantenida con la empresa TMB en la evolución de muchos proyectos, han facilitado la obtención experimental de respuestas frecuenciales entre varios puntos de vía en dos tramos diferentes de vía de líneas del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona.

Se ha comprobado, tanto a través de los resultados experimentales obtenidos como a través de los resultados numéricos, que la transmisión de la vibración de un carril a otro a través de la superestructura de vía, para los tipos de vía analizados y para los parámetros considerados, es perceptible pero débil.

A partir de la combinación entre los modelos numéricos que definen varios tipos de vía y el modelo simple numérico del conjunto eje ferroviario-suspensión primaria, se ha diseñado un modelo global que simula el mecanismo de generación de la fuerza de contacto rueda-carril. El modelo proporciona, entre otros resultados, la fuerza normal de contacto entre las ruedas de un eje y la vía.

El acoplamiento entre ambos modelos numéricos, el de vía y el de eje ferroviario más suspensión primaria, es fundamental en la creación del modelo global de contacto. El acoplamiento se realiza mediante elementos que han sido escogidos y adaptados específicamente para resolver el problema planteado. Estos elementos permiten introducir la excitación responsable de la generación de la fuerza de contacto y por tanto de las vibraciones, excitación que se encuentra en la irregularidad que presentan los perfiles de ruedas y carriles.

Los resultados que proporciona el análisis transitorio de ANSYS (integración numérica) aplicado al modelo global han demostrado que pequeñas perturbaciones en el perfil de irregularidad de la rueda producen fuertes fluctuaciones de la fuerza de contacto. Asimismo dichos resultados numéricos se han comparado de manera muy satisfactoria con resultados proporcionados por modelos analíticos de contacto de media vía desarrollados por investigadores del GREVTAM. Esta comparación ha permitido validar el modelo numérico global de contacto adaptado a distintos tipos de vía. También se ha comprobado que resultados publicados por otros investigadores, correspondientes a la fuerza de contacto generada por planos en las ruedas, concuerdan en sus aspectos básicos con los resultados obtenidos en esta tesis.

Finalmente, otra conclusión remarcable que se deduce de los resultados del modelo global de contacto se refiere a la interacción entre los mecanismos de generación de la fuerza de contacto que se presentan en las dos ruedas de un mismo eje. Los resultados correspondientes a un eje ferroviario con una sola rueda con irregularidades en su perfil, y con la otra rueda perfectamente lisa, muestran la existencia de una cierta interacción, aunque débil. En el contacto entre la rueda y el carril lisos se producen fluctuaciones de fuerza originadas por el perfil de irregularidad en la otra rueda. Este tipo de conclusiones no se pueden extraer de modelizaciones analíticas de media vía.

### **7.3. APORTACIONES DE LA TESIS**

En esta sección se considera solamente las aportaciones más relevantes que definen la realización del proyecto de esta tesis:

- Selección de los artículos y los trabajos más significativos sobre el análisis, la detección y la transmisión de vibraciones causadas por el contacto rueda-carril. Análisis de las diferentes modelizaciones de vía existentes, de diversas teorías sobre la dinámica del contacto rueda-carril y de algunos de los modelos numéricos basados en el método de elementos finitos que tratan sobre problemas en el ámbito ferroviario.
- Presentación de modelos numéricos de cuatro diferentes tipos de vía en ANSYS 13, basados en el método de los elementos finitos, orientados a la caracterización del mecanismo de generación de vibraciones. Determinación de la receptancia de la vía dentro del margen frecuencial de interés.
- Comparación satisfactoria de los resultados analíticos y numéricos de la receptancia de los distintos modelos de los cuatro tipos de vía, sabiendo que los modelos analíticos fueron anteriormente validados. Estos modelos numéricos definen de forma más precisa el comportamiento de la superestructura de la vía en comparación con los modelos analíticos.
- Caracterización del conjunto eje ferroviario-suspensión primaria, con el diseño de diferentes modelos numéricos elaborados mediante los módulos Workbench y APDL de ANSYS 13.
- Elección del modelo APDL4, sabiendo que es el mejor que define satisfactoriamente el comportamiento vibratorio del conjunto eje ferroviario-suspensión primaria, para así poder combinar con modelos numéricos de vía, y finalmente representar el modelo numérico global del sistema vía-eje ferroviario.
- Comprobación de la interacción que se produce entre las vibraciones de ambas ruedas a través del eje.
- Definición, caracterización y uso de un sistema de adquisición y acondicionamiento de datos que registra señales de vibración en los experimentos de medida de vibraciones.
- Desarrollo de una metodología para la obtención experimental del desplazamiento del carril y de la receptancia de la vía en diferentes localizaciones de la misma, utilizando para el cálculo programación en Matlab. Aplicación a dos de los tipos de vía analizados en la tesis.
- Validación de los modelos numéricos de la vía clásica y la vía bloque con riostra, mediante la comparación entre las receptancias calculadas con los modelos numéricos y las obtenidas experimentalmente.
- Combinación de los modelos numéricos anteriormente presentados para la obtención de los modelos numéricos de contacto que estudian la generación de vibraciones en dos versiones: modelos que definen el contacto de una rueda suspendida del bogie a través de la suspensión primaria y modelos numéricos que se refieren al contacto en el sistema vía-eje ferroviario.
- Obtención, mediante integración numérica aplicada al modelo global de contacto, de la historia temporal de la fuerza normal de contacto en diferentes localizaciones de varios tipos de vías ferroviarias.
- Validación del modelo numérico global de contacto comparando los resultados obtenidos con soluciones de modelos analíticos y con resultados publicados por otros autores que solucionan la misma problemática pero utilizando otras metodologías.

#### **7.4. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

En este último apartado se enumeran algunas extensiones y futuras líneas de trabajo relacionadas con la investigación expuesta en esta tesis doctoral:

- Aprovechando los conocimientos adquiridos y la metodología para desarrollar modelos numéricos de contacto, se propone investigar y estudiar la dinámica de contacto en tramos curvos de la vía. Ello implica adoptar teorías de contacto que tengan en cuenta la presencia de fuerzas tangenciales a la rueda y al carril. Asimismo se propone estudiar la posibilidad de integrar modelos numéricos que traten sobre el problema del contacto rueda-carril en este caso.
- Sería interesante analizar la posibilidad de desarrollar modelos numéricos simples basados en el método de elementos finitos destinados al estudio del problema de la generación de vibraciones en trenes de alta velocidad, causadas básicamente por el desplazamiento de las cargas de las ruedas sobre los carriles; fenómeno que por sí solo ya genera vibraciones en la superestructura del trazado.
- Examinar si el desgaste de los materiales y de los componentes de la superestructura o bien del material rodante tienen o no una influencia significativa en el cambio de los niveles de vibración al paso de vehículos ferroviarios.
- Desarrollar otros modelos numéricos que describan otros tipos de vía, con una superestructura diferente a la de los modelos numéricos presentados en esta tesis, por ejemplo la de una vía tipo losa-flotante. Asimismo, mejorar los modelos numéricos actuales introduciendo por ejemplo el comportamiento no lineal de componentes de la vía como son los elastómeros utilizados en las fijaciones o el propio balasto.
- Combinar resultados de la receptancia de la vía obtenidos numéricamente con modelos analíticos que permitan simular la vibración provocada por el paso de un eje o incluso de un bogie entero.

Algunas de las extensiones expuestas, se están iniciando como temas de investigación del Grupo GREVTAM del Departamento de Ingeniería Mecánica de la UPC.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] Orta, J., Cardona, J., Romeu, J., Sánchez, A. *Influencia de la Rugosidad del carril en la generación de vibraciones en infraestructuras ferroviarias*, Congreso Acústica 2008, Coimbra, Portugal, 20-22 de Octubre, (2008).
- [2] Otero, J. *Contribución al estudio de las vibraciones producidas por el contacto rueda-carril y su transmisión al entorno*, Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, (2009).
- [3] Hertz, H. *Gesamelte Werke Band I: Shriften vermishen Inhalts*. Edited by Philip Lenard, Leipzig: Barth. Vol. 1, 1895, pp 155. Leipzig.
- [4] De los Santos, M.A., Martínez, J., Cardona, S. *A convolution application to determine the dynamic response of a railway track*. Mechanical Systems and Signal Processing 9(6), 1995, pp. 707-708.
- [5] Martínez, J., De los Santos, M.A., Cardona, S. *A convolution method to determine the dynamic response in a railway track submitted to a moving vertical excitation*. Machine Vibration 4, 1995, pp. 142-146.
- [6] Carter, F.W. *On the action of a locomotive driving wheel*. Proceedings of the Royal Society Ser. A. Vol 113, 1926, pp.151-157.
- [7] Johnson, K.L. *The effect of a tangential force upon the rolling motion of an elastic Sphere upon a plane*. Journal of. Applied. Mechanics. Vol. 25, 1958, ASME, pp 339-346.
- [8] Haines, J., Ollerton, E. *Contact stress distribution on elliptical contact surfaces subjected to radial and tangential forces*. Proc. Inst. Mech. Eng. Vol. 177, 1963, pp 95-144.
- [9] Halling J., *Micro-slip between a rolling element and its track arising from geometric conformity*. J. Mech. Eng. Sci. Vol. 6, 1964, pp 64-73.
- [10] Johnson K.L., Vermeulen, P.J. *Contact of non-spherical bodies transmitting tangential forces*. J. Appl. Mech. Sci. Vol. 31, 1964, pp 338- 340.
- [11] Kalker, J.J. *On the rolling contact for two elastic bodies in the presence of dry friction*. Tesis Doctoral. Delft University of Technology, Países Bajos. 1967.
- [12] Simon Iwnicki. *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*. Taylor and Francis Group. 2006.
- [13] Kalker, J.J. *A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact*. Vehicle System Dynamics, Vol.11. 1983, pp 1-13.
- [14] Kalker, J.J. *Survey of Wheel-rail rolling contact theory*. Vehicle System Dynamics, Vol. 8, 1979, pp 317-358.
- [15] Kalker, J.J. *The computation of three dimensional contact with dry friction*. Int. J. Num. Methods. Eng, Vol14, 1979, pp. 1293-1307.
- [16] Wu, H., Wang, J. *Non-Hertzian conformal contact at wheel/rail interface*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Railroad Conference, 1995, pp. 137-144.
- [17] Nielsen, J.C.O., Igeland, A. *Vertical dynamic interaction between train and track-influence of wheel and track imperfections*. Journal of Sound and Vibration, Vol 187, 1995, pp. 825-839.
- [18] Wu, T.X., Thompson, D.J. *Theoretical investigation of wheel/rail non-linear interaction due to roughness excitation*. Vehicle System Dynamics, 34, 2000, pp. 261-282.

- [19] Santos, F., Dos Santos, A. A., Bruni, F., Santos, L.T. *Evaluation of subsurface contact stresses in railroad wheels using an elastic half-space model*. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering 26(4), 2004, pp. 420-429.
- [20] Remington, P., Webb, J. *Estimation of wheel/rail interaction forces in the contact area due to roughness*. Journal of Sound and Vibration 193(1), 1996, pp. 83-102.
- [21] Fernández-Díaz, E. *Contribució a l'estudi de la detecció i l'anàlisi de les vibracions produïdes pels bogis d'un ferrocarril*. Tesis Doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona (2000).
- [22] Telliskivi, T., Olofsson, U., Sellgren, U. and Kruse, P. *A tool and a method for FE analysis of wheel and rail interaction*. Proceedings ANSYS, Conference in Pittsburgh, Pennsylvania, 2000.
- [23] Wu, T. X., Thompson, D. J. *A hybrid model for the noise generation due to railway wheel flats*. Journal of Sound and Vibration, 2002, 251(1), 15-139.
- [24] Lei, X., Noda, N. *Analyses of dynamic response of vehicle and track coupling system with random irregularity of track vertical profile*. Journal of Sound and Vibration, 2002, 258(1), pp. 147-165.
- [25] Telliskivi, T. *Wheel-rail interaction analysis*. Tesis Doctoral. Department of Machine Design. Royal Institute of Technology. Suecia. 2003.
- [26] Otero, J., Martínez, J., De Los Santos, M. A., Cardona, S. *A mathematical model to study railway track dynamics for prediction of vibration levels generated by rail vehicles*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit. 226(1), 2012, pp. 62-71.
- [27] Grassie, S.L., Gregory, R.W., Harrison, D., Johnson, K.L., *The dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation*. Journal of Mechanical Engineering Science 24(2), 1982, pp. 77-90.
- [28] Castellani, A. *Vibrations generated by rail vehicles: A mathematical model in the frequency domain*. Vehicle System Dynamics 34, 2000, pp. 153-173.
- [29] Belotserkovskiy, P.M. *Interaction between a railway track and uniformly moving tandem wheels*. Journal of Sound and Vibration 298(4), 2006, pp. 855-876.
- [30] Picoux, B., Rotinat, R., Le Houedec, D, Regoin, J.P., Quetin, F., Hamelin, J.P. *Modèle prédictif de propagation des vibrations à partir de véhicules ferroviaires se déplaçant à vitesse constante*. Acoustique and Techniques 38, 2004, pp 4-7.
- [31] Cai, Z. *Modeling of rail track dynamics and wheel/rail interaction*, Doctoral Thesis, Department of Civil Engineering, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada, 1992.
- [32] Martínez, J. *Formulació recurrent per al càlcul de les receptàncies creuades*. Apuntes personales. 1994.
- [33] Sauvage, G., Larible, G. *La modélisation par des éléments finis des couches d'assise de la voie ferrée*. Revue Générale des Chemins de Fer, Septembre, 1982, pp. 475- 484.
- [34] Yan, W., Fischer, F. D. *Applicability of the Hertz contact theory to rail-wheel contact problems*. Archive of Applied Mechanics 70, 2000, pp. 255- 268.
- [35] Dietz S., Hippman G., Schupp G. *Interaction of vehicle and flexible tracks by cosimulation of multibody vehicle systems and finite element track models*. Vehicle System Dynamics, 2002, 37, 372-384.
- [36] López Pita, A. *La heterogeneidad resistente de una vía y su incidencia en la evolución de la nivelación longitudinal: una aproximación al problema*. Revista de Obras Públicas, Octubre 1983. pp.719-735.

- [37] Profillidis, V., Humbert, P. *Etude en elasto-plasticité par la MEF du comportement de la voie ferrée et de sa fondation*. Bulletin liaison du LCPC. 141. (1986).
- [38] Sahu, J., N. Rao., Yudhbir. *Parametric study of resilient response of tracks with a sub-ballast layer*. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 36. 1999. pp. 1137-1150.
- [39] González, P., Cuadrado, M., Romo, E. *Small Structures Built In Embankments of high speed Railway Lines*. Variation of the Overall Track Rigidity and Design Recommendations. WCRR, Colonia 2001.
- [40] Lundqvist, A., Dahlberg, T. *Railway Track stiffness variations-consequences and countermeasures*. Presented at 19th IAVSD Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks, Milan, Italy, August 29 to September 2, 2005.
- [41] Lundqvist, A., Larsson, R., Dahlberg, T. *Influence Of Railway Track Stiffness Variations On Wheel/Rail Contact Force*. Track For Hight-speed Railways. Oporto. Octubre 2006.
- [42] Dahlberg, T., Track Issues. Handbook on Railway Vehicle Dynamics, CRC Press, Taylor and Francis Group, 2006.
- [43] Al-Shaer, A., Merliot, E., Schmitt, L. *Dimensionnement dynamique d'un banc d'essai de voie ferrée à échelle réduite avec le code CESAR-LCPC*. Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées. RÉF. 4545, 2005, PP. 227-242.
- [44] Arcos Villamarín, R. *A model for railway induced ground vibrations in the frame of preliminary assessment studies*. Doctoral Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Terrassa, 2011.
- [45] Fundación CIDAUT., CECOR. *Simulación de generación y propagación de vibraciones en alta velocidad ferroviaria mediante elementos finitos*. 41º Congreso nacional de Acústica. 6º Congreso ibérico de Acústica. (2010).
- [46] Fryba L. *Vibration of solids and structures under moving loads*. 3rd edition. Thomas Telford, 1999.
- [47] Chen Y-H., Huang Y-H. *Dynamic stiffness of infinite Timoshenko beam on viscoelastic foundation in moving co-ordinate*. Int J Numer Meth Eng 2000; 48:1-18.
- [48] Hardy M. *The generation of waves in infinite structures by moving harmonic loads*. J Sound Vib 1995; 180(4):637- 44.
- [49] Rieker J, Lin Y-H., Trethewey M. *Discretisation consideration in moving load finite element beam models*. Finite Elem Anal Des 1996; 21:129- 44.
- [50] Bathe, KJ. *Finite element procedures*. Prentice Hall; 1996.
- [51] Sellgren, U., Telliskivi, T., Olofsson, U., Kruse, P. *A tool and a method for FE analysis of wheel and rail interaction*, in: Proceedings of the International ANSYS Conference, Pittsburgh, 2000, pp. 9.
- [52] Ringsberg, J.M., Bjarnehed, H., Johansson, A., Josefson, B.L. *Rolling contact fatigue of rails—finite element modelling of residual stresses, strains and crack initiation*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, vol.214, 2000, pp. 7-19.
- [53] Sitarz, M., Sladkowski, A., Zurek, Z. *Research of influence of surface profiles for different wheel-rail pair on distribution of contact stresses*. In: Proceedings of the Sixth International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems, Gothenburg.
- [54] Sladkowski, A., Sitarz, M. *Analysis of wheel–rail interaction using FE software Department of Railway Transport, Silesian Technical University, Krasinski Street 8, Katowice 40-019, Poland. 1 March 2004.*

- [55] Blanco-Lorenzo, J., Santamaria, J., Vadillo, E G., Oyarzabal, O. *Dynamic comparison of different types of slab track and ballasted track using a flexible track model*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit. 2011, pp. 574-592.
- [56] Dominguez J. *Boundary elements in dynamics*. Southampton, Boston, London, New York: Computational Mechanics Publications and Elsevier Applied Science; 1993.
- [57] Zienkiewicz, O C. *The finite element method*. London: McGraw-Hill Company; 1977.
- [58] Von Estorff O., Hagen C. *Iterative coupling of FEM and BEM in 3D transient elastodynamics*. Eng Anal Boundary Elem 2005; 29: 775-87.
- [59] Dominguez, J., Gallego, R. *Time domain boundary element method for elastodynamic problems*. Mathematical and Computer Modelling 1991; 15: 119-129.
- [60] Galvin, P., Dominguez, J. *Analysis of ground motion due to moving surface loads induced by high-speed trains*. Eng Anal Boundary Elem 2007; 31:931-41.
- [61] Galvin, P., Dominguez, J. *High speed train-induced ground motion and interaction with structures*. Journal of Sound and Vibration 2007; 307: 755-77.
- [62] Galvin, P., Romero, A., Dominguez, J. *Fully three-dimensional analysis of high-speed train-track-soil-structure dynamic interaction*. Escuela Técnica Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos ,41092 Sevilla, Spain. Journal of Sound and Vibration 329, 2010, pp. 5147-516.
- [63] Galvin, P. *Numerical and experimental study of ground vibrations induced by high speed train passage and effects on structures*. Doctoral Thesis. Universidad de Sevilla, Spain, 2007.
- [64] Chebli, H., Clouteau, D., Schmitt, L. *Dynamic response of high-speed ballasted railway tracks: 3D periodic model and in situ measurements*. Soil and Dynamics Earthquake Engineering, 28(2), 2008, pp 118-131.
- [65] Floquet, M.G. *Sur les équations différentielles linéaires a coefficients périodiques*. Annales Scientifiques de l'E.N.S, 1883, 12:47-88.
- [66] Otero, J., Martínez, J., de los Santos, M. A. *Evaluación de las vibraciones generadas al paso de un tren considerando diferentes tipologías de vía*, IX Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Las Palmas de Gran Canaria, España, 1403-1406, (2009).
- [67] Mantenimiento de Infraestructura Renfe. Dirección Técnica/ Jefatura de vía. (1984). *N.R.V. 7-3-8.0. Calificación de la vía. Estados de los materiales de la vía*.
- [68] Technical Review Committee under the auspices of the International Heavy Haul Association. *Guidelines to best practices for heavy haul railway operations infrastructure construction and maintenance issues*. Book design and layout by D. & F. Scott Publishing, Inc., North Richland Hills, 2009, Texas.
- [69] Carrascal Vaquero, I A. *Optimización y análisis de comportamiento de sistemas de sujeción para vías de ferrocarril de alta velocidad española*. Tesis Doctoral Departamento de Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales. Laboratorio de la División de Ciencia e Ingeniería de los Materiales. Universidad de Cantabria. 2006.
- [70] ANSYS Release 13 Multiphysics, *Ansys Release13 Documentation*, Ansys Inc, (2011).
- [71] Wu, T. X., Thompson, D. J. *On the parametric excitation of the wheel/track system*, Journal Sound Vibration, 2004, 278, 725-747.

- [72] Nielsen, J.C.O., Fredo, C.R. *Multi-disciplinary optimization of railway wheels*, Journal of Sound and Vibration, 293(3-5), 510-521, (2006).
- [73] Flórez Serrano, E. *Detección y caracterización de planos en la superficie de rodadura de las ruedas de un tren mediante el análisis de la vibración generada por el contacto rueda-carril*, Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona (2009).
- [74] Cardona, S.; Tejedo, J. *Instalación de monitorizado por vibraciones para ferrocarriles metropolitanos*. Anales de ingeniería mecánica. 01/1988, 1 - 6, pp.327-330. ISSN 0212-507.
- [75] Cardona, S.; Queralt, J.; Viñas, C. *Método de valoración del nivel de vibración en el puesto de conducción de vehículos de transporte*. Anales de ingeniería mecánica. 01/1986. 1 - 4, pp. 35-39. ISSN 0212-5072.
- [76] Cardona, S.; Martínez, J.; Fernàndez-Díaz, E.; Santos, M. *Determinación de las vibraciones producidas por las irregularidades de las ruedas de un bogie de un tren metropolitano en un punto de un carril*. Anales de ingeniería mecánica. 12 - 4, pp. 454-459. 01/1998. ISSN 0212-5072.
- [77] Fernàndez-Díaz, E.; Santos, M.; Cardona, S. *Estimación de la calidad de rodadura de los bogies de un tren*. Anales de ingeniería mecánica. 4, pp. 497 - 504. 01/1997. ISSN 0212-5072.
- [78] Martínez, J.; Santos, M.; Cardona, S. *Aplicación de la convolución de núcleo variable a la determinación de la deflexión de un carril sometido a excitación vertical móvil*. Anales de ingeniería mecánica. 1, pp. 293-298. 01/1994. ISSN 0212-5072.
- [79] Cardona, S.; Clos, D. *Tratamiento de datos en monitorizado por vibraciones para ferrocarriles metropolitanos*. Anales de ingeniería mecánica. 9-2, pp. 267-269. 09/1992. ISSN 0212-5072.
- [80] Martínez, J., Cardona, S., De los Santos, M.A., Otero, J. *Identification of wheel profile irregularities by means of the measured vibrations due to the passage of a train*. Proceedings of the TMT 2007 Conference. Hammamet, Tunisia, 2007.
- [81] Zougari, A., Martínez, J., *Obtención de la respuesta vibratoria de una vía mediante modelos numéricos basados en el método de elementos finitos*, X Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Oporto, Portugal, (2011).
- [82] Zougari, A., Martínez, J., Cardona, S. *Vibration response of a railway track obtained using numerical models based on FEM*, International Conference on Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis CSNDD 2012, Marrakech, Morocco, (2012).
- [83] Zougari, A., Martínez, J., Cardona, S. *Obtención de la respuesta vibratoria vertical de vías férreas mediante modelos numéricos*. Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica. Vol. 17 N1, PP.03-15, 2013.
- [84] Allen, R. L., Mill, D. W., (2004), *Signal Analysis "Time, Frequency, Scale, and Structure"* Piscataway, NJ. IEEE Press. John Wiley & Sons, Inc.
- [85] Thompson, D., Jones, C. *A Review of the Modelling of Wheel/Rail Noise Generation*. Journal of Sound and Vibration, 2000, 231, pp. 519-536.
- [86] Dings, P. C., Dittrich, M. G. *Roughness on Dutch Railway Wheels and Rails*, Journal of Sound and Vibration, (1996), 193(1), 103-112.
- [87] Kawaguchi, K.: (Development of WSP System for Freights Train), 2006.7th World Congress on Railway Research.

- [88] Newton, S.G., Clark, R.A. *An investigation into the dynamic effects on the track of wheelflats on railway vehicles*. Journal of Mechanical Engineering Science 21, 1979, pp. 287-297.
- [89] Zougari, A., Martínez, J., Cardona, S. *Réponse dynamique d'une voie au moyen de modèles numériques*. ACMA 2012, 09-12 Mai, 2012, Fès, Maroc.
- [90] Zougari, A., Martínez, J. *Modelos numéricos para el análisis del comportamiento de vías férreas*. En: XIX Congreso nacional de ingeniería mecánica: Castellón, 14-16 de noviembre 2012. Libro de resúmenes, pp 161.
- [91] Zougari, A., Martínez, J. *Simple numerical model of the wheelset system based on finite element method*, 11<sup>ième</sup> Congrès de Mécanique- Agadir, du 23 au 26 Avril 2013. Maroc.
- [92] Transit noise and vibration impact assessment, Department of Transportation. Federal Transit Administration, USA, (2006).
- [93] Zhao, X., Li, Z., Liu, J. *Wheel-rail impact and the dynamic forces at discrete supports of rails in the presence of singular rail surface defects*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit. 226(2), 2012, pp. 124-139.

### **Páginas consultadas en internet:**

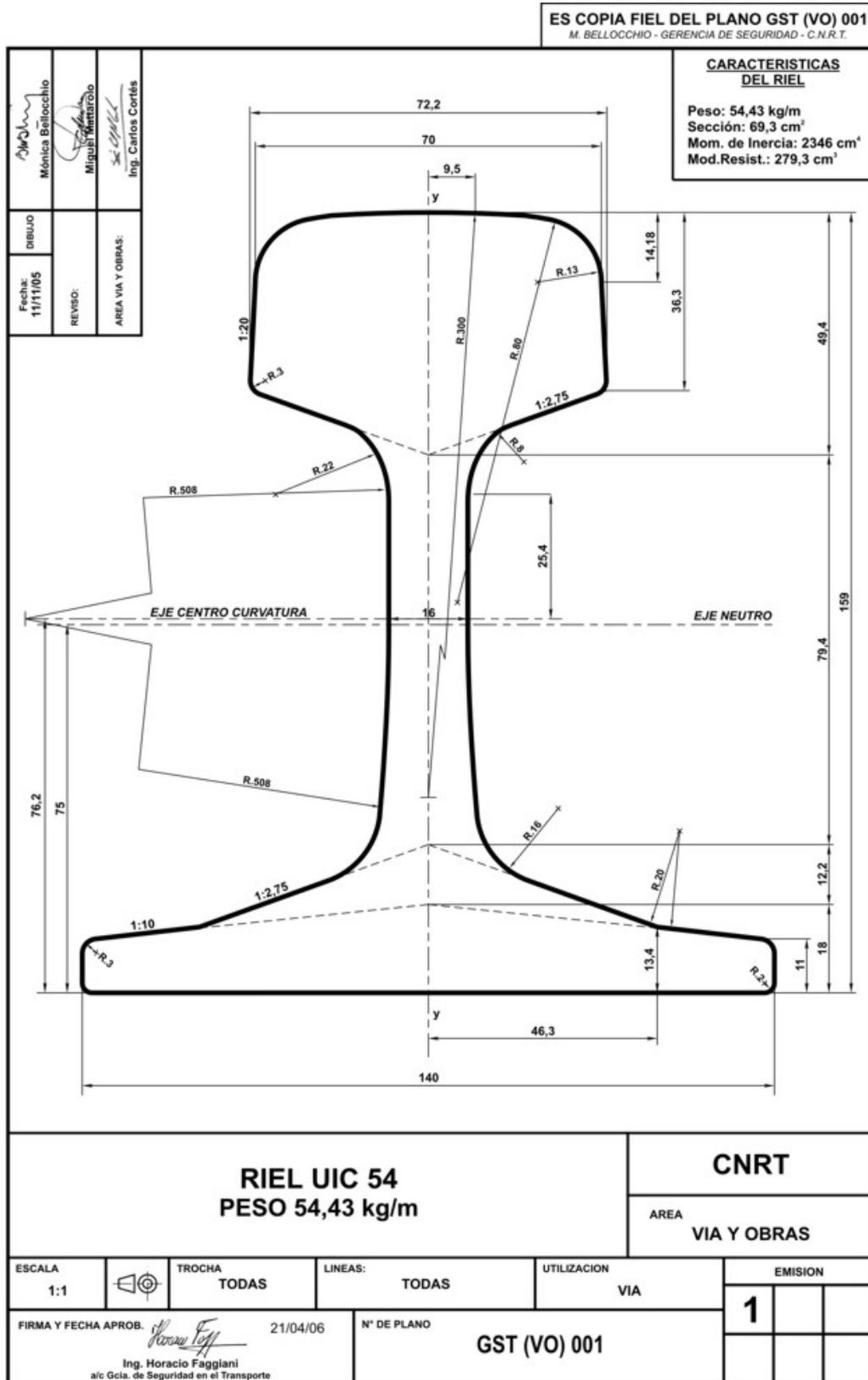
- [94] AMTAB, Disponible en: <http://www.amtab.se> .
- [95] <http://www.audin.fr/pdf/documentations/gefran/capteurs/force/TC.pdf> .
- [96] <http://www.rdpe.com/displacement/lvdt/lvdt-principles.htm> .
- [97] <http://www.mtssensors.com/pdfs/550992.pdf> .
- [98] <http://www.bksv.com/3065.asp> .
- [99] IMAGINE: Disponible en, <http://www.imagine-project.org>

## **ANEXOS**

|   |     |
|---|-----|
| ANEXO A: PERFIL DE CARRIL UIC 54 .....                                  | 143 |
| ANEXO B. PLANO DEL SISTEMA EJE RUEDAS.....                              | 145 |
| ANEXO C. CURVA DE ELASTICIDAD DEL MUELLE DE LA SUSPENSIÓN DEL TREN..... | 147 |
| ANEXO D. EL ANÁLISIS TRANSITORIO DINÁMICO EN ANSYS .....                | 149 |



**ANEXO A: PERFIL DE CARRIL UIC 54**









## ANEXO C. CURVA DE ELASTICIDAD DEL MUELLE DE LA SUSPENSIÓN DEL TREN

Los muelles, bajo una carga de 1270 daN deberán ser seleccionados según los siguientes cedimientos en m.m.

| CAMPO | CEDIMIENTOS    |
|-------|----------------|
| 1     | de 16 a 17,4   |
| 2     | de 17,4 a 18,7 |
| 3     | de 18,7 a 20   |

El campo de pertenencia deberá indicarse en la parte de goma de cada muelle.

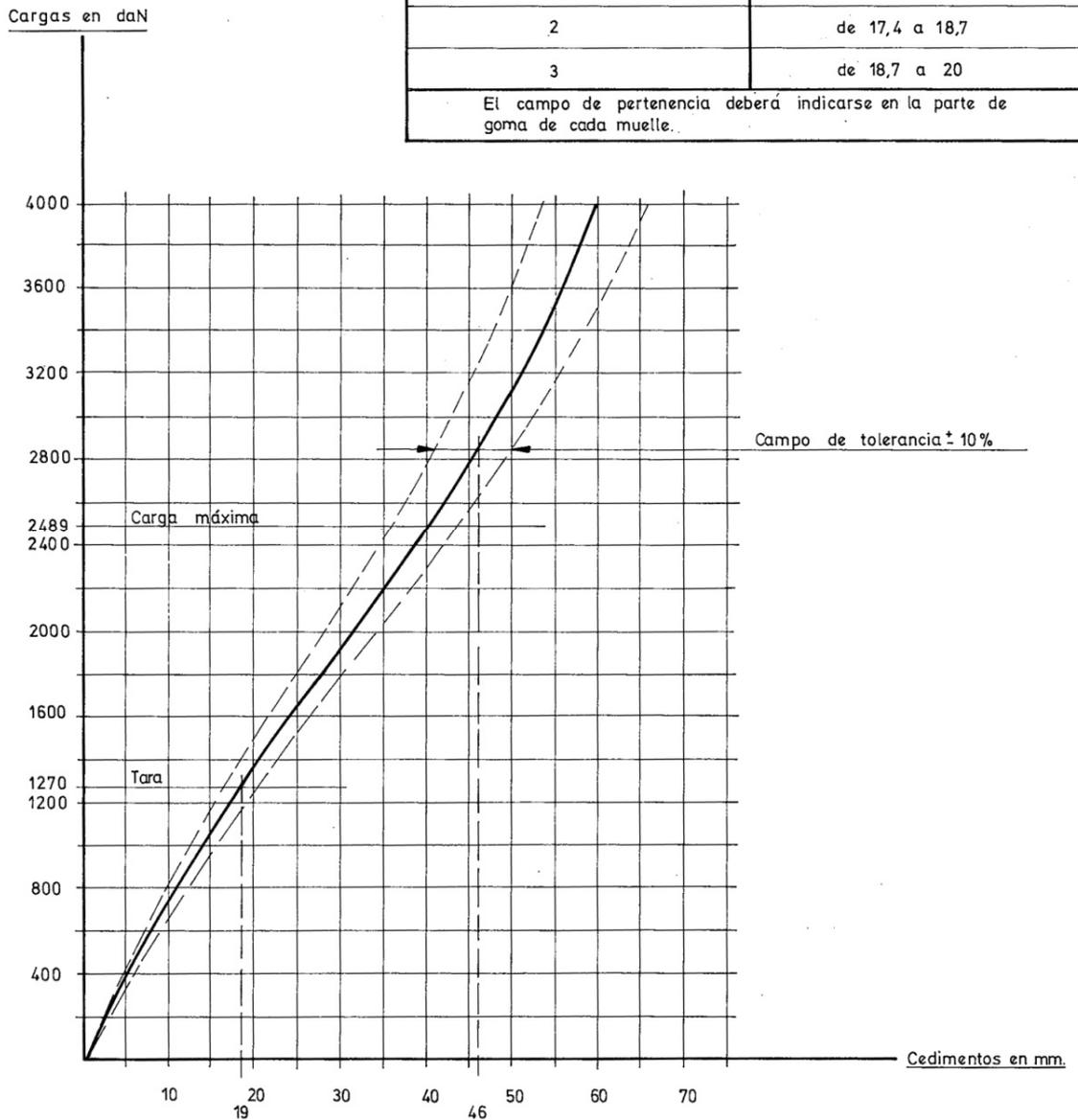


Diagrama axial



## ANEXO D. EL ANÁLISIS TRANSITORIO DINÁMICO EN ANSYS

### D.1 INTRODUCCIÓN

En este anexo se expone cómo se resuelve, mediante el MEF, el análisis transitorio de la respuesta de diferentes tipos de vía a la excitación debida a la irregularidad de la rueda. En el análisis transitorio la ecuación que hay que resolver es:

$$M\ddot{\mathbf{u}}(t) + C\dot{\mathbf{u}}(t) + K\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (2.34)$$

Donde  $M$  es la matriz de masa,  $C$  la matriz de amortiguamiento,  $K$  la matriz de rigidez,  $\ddot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}$  son respectivamente los vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento y  $\mathbf{F}$  es el vector de fuerzas.

El análisis es un análisis dinámico en el que se considera la inercia del sistema,  $M\ddot{\mathbf{u}}$ , y las fuerzas de amortiguamiento  $C\dot{\mathbf{u}}$ . Se ha utilizado el programa ANSYS, seleccionando el método de Newmark, para resolver el sistema de ecuaciones en distintos instantes de tiempo. El intervalo de tiempo entre dichos instantes constituye el paso de integración. Este paso se escoge en función de la precisión deseada y para que la integración numérica converja satisfactoriamente. El paso coincide con el empleado en las soluciones de los modelos analíticos.

### D.2 FORMULACIÓN BÁSICA

La ecuación que gobierna el equilibrio dinámico de una estructura lineal es:

$$M\ddot{\mathbf{u}}_n(t) + C\dot{\mathbf{u}}_n(t) + K\mathbf{u}_n(t) = \mathbf{F}(t) \quad (3.3)$$

Donde el subíndice  $n$  indica variables nodales. Este algoritmo de Newmark es un método paso a paso, donde se van calculando las soluciones a cada paso temporal ( $\Delta t$ ), [70].

El método calcula las aceleraciones y velocidades en el instante  $(t + \Delta t)$  como sigue:

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_t + [(1 - \delta)\ddot{\mathbf{u}}_t + \delta(\ddot{\mathbf{u}}_{\Delta t})]\Delta t \quad (8.1)$$

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_t + \dot{\mathbf{u}}_t\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\ddot{\mathbf{u}}_t + \alpha\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}\right]\Delta t^2 \quad (8.2)$$

Siendo  $\alpha$  y  $\delta$  los parámetros de Newmark. La ecuación fundamental en el instante  $(t + \Delta t)$  será:

$$M\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + C\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + K\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}(t) \quad (8.3)$$

Utilizando las relaciones del método, se puede poner la aceleración y la velocidad en el instante  $(t + \Delta t)$  en función de la incógnita fundamental  $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$ . Una vez obtenido el nuevo campo de desplazamientos  $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$  resolviendo la ecuación anterior, se evalúan las aceleraciones  $\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$  y las velocidades  $\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$ , para volver a comenzar el algoritmo en un instante posterior. La solución de la ecuación fundamental por el método de Newmark es estable si se cumplen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}\alpha &\geq \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} + \gamma \right)^2 \\ \delta &\geq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + \delta + \alpha &> 0\end{aligned}\tag{8.4}$$

El programa de elementos finitos ANSYS, adopta los siguientes valores para los parámetros de Newmark:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} + \gamma \right)^2 \\ \delta &= \frac{1}{2} + \gamma \\ \gamma &\geq 0\end{aligned}\tag{8.5}$$

Que cumplen la condición de estabilidad. El factor  $\gamma$  puede ser introducido por el comando TINTP, adoptándose un valor por defecto de  $\gamma=0,0005$ . El método de Newmark se convierte en el de aceleración constante sí  $\gamma=0$ . Si el análisis fuera además no lineal, el Algoritmo de Newton-Raphson es el empleado junto al de Newmark.

---

### D.3 HERRAMIENTAS PARA ABORDAR EL ANÁLISIS EN ANSYS

Las herramientas disponibles para estos análisis tratan de controlar tres aspectos: el tiempo computacional invertido en la resolución, la precisión del resultado y la convergencia de la solución. El tamaño de paso de integración, intervalo de tiempo entre dos instantes, es la elección más importante en el análisis. Cuanto menor sea el paso, mayor será la convergencia y precisión, pero por contra, será necesario más tiempo para la resolución del algoritmo.

Un paso separa dos instantes temporales en los que se calcula la solución (sub-steps). Para introducir el número de sub-steps se usa el comando NSUBST, número.

Si se desea, se puede escoger que el programa determine automáticamente el paso de integración (AUTOTS, ON). Únicamente hay que indicarle el tiempo del siguiente load-step mediante el comando TIME y los límites máximo y mínimo del paso (intervalo entre dos sub-steps).

## NOMENCLATURA

|   |  |
|---|--|
| $a$   | semieje mayor del área elíptica de contacto rueda-carril                   |
| $a_0(t)$                                    | aceleración del excitador  |
| $a_1(t)$                                    | aceleración del carril   |
| $a_1(t)$                                    | aceleración de vibración   |
| $a_2(t)$                                    | aceleración de vibración en la localización dos                            |
| $a_3(t)$                                    | aceleración de vibración en la localización tres                           |
| $a_4(t)$                                    | aceleración de vibración en la localización cuatro                         |
| $b$   | semieje menor del área elíptica de contacto rueda-carril                   |
| $b$   | anchura de un elemento rectangular   |
| $c$   | constante de amortiguamiento viscoso de la suspensión primaria             |
| $d$   | profundidad del plano  |
| $f_{11}, f_{22}, f_{23}, f_{32}$ y $f_{33}$ | coeficientes de pseudodeslizamiento de la teoría lineal de Kalker          |
| $f$   | frecuencia   |
| $f_{0\text{coche}}$                         | frecuencia propia del coche  |
| $h$   | respuesta impulsional de la vía  |
| $h$   | altura de un elemento rectangular  |
| $i$ y $j$                                   | índices que identifican las celdas de la teoría de Boussinesq              |
| $k_1$                                       | coeficiente del comportamiento elástico del material de la teoría de Hertz |
| $k_2$                                       | coeficiente del comportamiento elástico del material de la teoría de Hertz |
| $k_3$                                       | coeficiente geométrico de la teoría de Hertz                               |
| $k_4$                                       | coeficiente geométrico de la teoría de Hertz                               |
| $k_H$                                       | constante de rigidez de la teoría no lineal de contacto de Hertz           |
| $k_r$                                       | constante de rigidez de la suspensión primaria                             |
| $l$   | distancia entre traviesas  |
| $l$   | longitud perimetral del plano de una rueda                                 |
| $m_{\text{dist}}$                           | masa distribuida de media traviesa   |
| $m_t$                                       | masa de una traviesa   |
| $m_r$                                       | masa de la rueda más la mitad del eje                                      |
| $m_{\text{coche}}$                          | masa de un coche motriz del tipo S/6000 a plena carga                      |

|                     |   |
|---------------------|---|
| $m_p$               | masa de prueba más la masa de la bobina móvil del excitador       |
| $m_e$               | masa del cuerpo del excitador más la masa de la placa de sujeción |
| $n$                 | variables nodales   |
| $p(\xi, \eta)$      | distribución de presión en la teoría de Boussinesq                |
| $r$                 | radio de la rueda   |
| $t$                 | tiempo  |
| $\mathbf{u}$        | vector de desplazamiento  |
| $\dot{\mathbf{u}}$  | vector de velocidad   |
| $\ddot{\mathbf{u}}$ | vector de aceleración   |
| $v$                 | velocidad de desplazamiento del ferrocarril                       |
| $x$                 | coordenada longitudinal   |
| $x$                 | coordenada perimetral de la rueda. ( longitud del arco)           |
| $y$                 | deflexión vertical del carril                                     |
| $y_r(f, x)$         | desplazamiento vertical de un punto del carril                    |
| $y_r$               | desplazamiento vertical del carril                                |
| $y_G, y_w$          | desplazamiento vertical del centro de la rueda                    |
| $\dot{y}_G$         | velocidad vertical del centro de la rueda                         |
| $\ddot{y}_G$        | aceleración vertical del centro de la rueda                       |
| $y_{G_0}$           | posición inicial de equilibrio del centro de la rueda             |
| $\ddot{y}_{RMS}$    | valor eficaz de la aceleración                                    |
| $y_{RMS}$           | valor eficaz del desplazamiento                                   |
| $A$                 | matriz de coeficientes de influencia                              |
| $A$                 | área de la sección de un elemento rectangular                     |
| $C_{ij}$            | coeficientes de deslizamiento de Kalker                           |
| $C$                 | matriz de amortiguamiento   |
| $E_w$               | módulo de Young de la rueda                                       |
| $E_r$               | módulo de Young del carril  |
| $F_x$               | fuerza debida al pseudodeslizamiento longitudinal                 |
| $F_y$               | fuerza debida al pseudodeslizamiento lateral.                     |
| $F(t)$              | fuerza de contacto  |
| $F_{total}$         | fuerza de contacto total según la teoría de Boussinesq            |

|                           |   |
|---------------------------|---|
| $F(t)$                    | fuerza excitadora aplicada al carril                                    |
| $\mathbf{F}$              | vector de fuerzas   |
| $\mathbf{F}$              | fuerza externa  |
| $G$                       | módulo de elasticidad transversal                                       |
| $G_w$                     | módulo de rigidez del material de la rueda                              |
| $G_r$                     | módulo de rigidez del material del carril                               |
| $G$                       | módulo de elasticidad transversal                                       |
| $I$                       | momento de área de la sección del carril                                |
| $K_{DPRS}$                | constante de rigidez de método DPRS ( Distributed Point Spring)         |
| $K$                       | factor de forma de la sección del carril                                |
| $\mathbf{K}$              | matriz de rigidez   |
| $L_1, L_2 \text{ y } L_3$ | coeficientes de la teoría simplificada de Kalker                        |
| $M_z$                     | momento debido al pseudodeslizamiento de giro                           |
| $\mathbf{M}$              | matriz de inercia   |
| $N$                       | fuerza normal total aplicada en la zona de contacto                     |
| $P(x, y)$                 | distribución de presiones en la superficie elíptica de contacto         |
| $P_0$                     | presión máxima en la superficie de contacto es semi-elipsoidal          |
| $P$                       | fuerza por unidad de longitud que el carril recibe en su base           |
| $P$                       | peso del vehículo   |
| $R_w$                     | radio de curvatura principal máximo de la rueda en el punto de contacto |
| $R'_w$                    | radio de curvatura principal mínimo de la rueda en el punto de contacto |
| $R_r$                     | radio de curvatura principal máximo del carril en el punto de contacto  |
| $R'_r$                    | radio de curvatura principal mínimo del carril en el punto de contacto  |
| $R(f)$                    | receptancia de la vía   |
| $S$                       | área de sección del carril  |
| $T$                       | longitud de un registro temporal. Tiempo de integración                 |
| $U(x, y)$                 | deformación en un punto del área de contacto rueda-carril               |
| $U$                       | deformación conjunta de la rueda y del carril                           |
| $\alpha$                  | semiángulo abarcado por un plano de rueda                               |
| $\alpha$                  | parámetro de Newmark  |

|                        |   |
|------------------------|---|
| $\gamma$               | parámetro de Hilber-Haghes-Taylor                             |
| $\delta$               | deformación conjunta en el punto central del área de contacto |
| $\delta$               | función impulso de Dirac.                                     |
| $\delta$               | parámetro de Newmark  |
| $\varepsilon$          | irregularidad conjunta de los perfiles de rueda i carril      |
| $\varepsilon(x, y)$    | irregularidad en la superficie de la rueda                    |
| $\varepsilon(x)$       | perfil del plano  |
| $\xi_x$                | pseudodeslizamiento longitudinal                              |
| $\xi_y$                | pseudodeslizamiento lateral                                   |
| $\zeta_{\text{coche}}$ | razón de amortiguamiento del coche                            |
| $\theta$               | coordenada angular  |
| $\rho$                 | densidad de un material                                       |
| $\nu$                  | Coefficiente de Poisson del acero                             |
| $\nu_w$                | coeficiente de Poisson del material de la rueda               |
| $\nu_r$                | coeficiente de Poisson del material del carril                |
| $\varphi$              | fase de la receptancia  |
| $\psi$                 | pseudodeslizamiento de giro                                   |
| $\omega$               | frecuencia angular  |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 2.1 Radios de curvatura de la rueda y del carril .....   | 27 |
| Figura 2.2. Area elíptica de deslizamiento y adhesión.....  | 29 |
| Figura 2.3 a. Pseudodeslizamiento longitudinal. b. Pseudodeslizamiento lateral. c. Pseudodeslizamiento de pivotamiento.....       | 29 |
| Figura 2.4. Elipse de adhesión y deslizamiento según Johnson & Vermeulen.....   | 30 |
| Figura 2.5. Modelo de contacto rueda-carril. ....   | 33 |
| Figura 2.6 Situación de las coordenadas de desplazamiento vertical de rueda-carril en contacto. ....                              | 33 |
| Figura 2.7 Geometría del procedimiento de la teoría de Boussinesq. ....   | 34 |
| Figura 2.8 Modelo DPRS (Distributed Point Spring).....  | 35 |
| Figura 2.9 Modelo de media vía: a. Continuo con traviesas uniformemente distribuidas. b. Discontinuo con traviesas discretas..... | 36 |
| Figura 2.10 Ejemplo de discretización de un sistema continuo. ....  | 39 |
| Figura 2.11 Modelos de elementos finitos 2D y 3D para el estudio de obras de fábrica embebidas en el cuerpo de terraplén.....     | 40 |
| Figura 2.12 Carril sobre traviesas apoyadas sobre un cuerpo continuo en tres dimensiones. ....                                    | 41 |
| Figura 2.13 Mallado de la mitad de una vía férrea real (43646 nodos) .....  | 41 |
| Figura 2.14 Modelo de elementos finitos para vía en superficie.....   | 42 |
| Figura 2.15 Modelo de elementos finitos para vía en túnel .....   | 42 |
| Figura 2.16 Modelo en elementos finitos en viaducto.....  | 42 |
| Figura 2.17 Modelo en elementos finitos del contacto de interacción rueda-carril .....  | 43 |
| Figura 2.18 Discretización de la vía y la superficie del suelo en las proximidades de la vía .....                                | 44 |
| Figura 2.19. La celda de referencia del modelo de vía .....   | 45 |
| Figura 3.1 Carril Vignole. ....   | 48 |
| Figura 3.2 Vía convencional, con balasto y traviesas de hormigón monobloque. ....   | 50 |
| Figura 3.3 Vía sobre placa con fijaciones DFF. Línea 3 del Ferrocarril Metropolitano de Barcelona.....                            | 51 |
| Figura 3.4 Fijaciones DFF.....  | 51 |
| Figura 3.5 Vía bibloque sobre base de hormigón. Barcelona.....  | 52 |
| Figura 3.6 Traviesas bibloque con riostra.....  | 52 |
| Figura 3.7 Vía bibloque con riostra. ....   | 53 |
| Figura 3.8 Modelo numérico de media vía DFF.....  | 54 |
| Figura 3.9 Modelo numérico de media vía bibloque. ....  | 54 |
| Figura 3.10 Modelo numérico de vía bibloque con riostra. ....   | 55 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 3.11 Modelo numérico de vía convencional completa sobre balasto.....  | 55 |
| Figura 3.12 Geometría del elemento BEAM188. ....   | 56 |
| Figura 3.13 Geometría del elemento COMBIN14. ....  | 57 |
| Figura 3.14 Modelo numérico de vía convencional completa sobre balasto.....  | 58 |
| Figura 3.15 Modelo analítico continuo de media vía convencional con balasto. ....  | 62 |
| Figura 3.16 Comparación de la receptancia vertical de la vía DFF determinada con los modelos numérico y analítico.....   | 65 |
| Figura 3.17 Comparación de la receptancia vertical de la vía bloque determinada con los modelos numérico y analítico. ....   | 66 |
| Figura 3.18 Comparación de la receptancia vertical de la vía bloque con riostra determinada con los modelos numérico y analítico. ....   | 66 |
| Figura 3.19 Comparación de la receptancia vertical de la vía convencional determinada con el modelo numérico completo y el modelo analítico de media vía. ....   | 67 |
| Figura 3.20 Receptancia vertical de la vía bloque con riostra determinada con el modelo numérico; comparación de la receptancia en el carril sobre el que se aplica la fuerza –carril 1– con la receptancia en el carril opuesto –carril 2–. ....  | 68 |
| Figura 3.21 Receptancia vertical de la vía convencional determinada con el modelo numérico completo; comparación de la receptancia en el carril sobre el que se aplica la fuerza –carril 1– con la receptancia en el carril opuesto –carril 2–. ....   | 68 |
| Figura 4.1 Componentes del bogie. ....   | 71 |
| Figura 4.2 Tipos principales de los diseños del eje montado: (a) con los diarios externos e internos; (b) con los discos del freno en el árbol y en la rueda; (c) con la posición asimétrica y simétrica de los contactos de (1-árbol; 2-rueda; 3-diario; 4-disco del freno; 5-contacto de rodadura dentado). .... | 73 |
| Figura 4.3 Rueda monobloque.....   | 74 |
| Figura 4.4 Modelo WB original del sistema.....   | 75 |
| Figura 4.5 Mallado del modelo WB. ....   | 76 |
| Figura 4.6 Modelo simplificado WB1.....  | 77 |
| Figura 4.7 Modelo simplificado WB1.....  | 78 |
| Figura 4.8 (a) primer modo de translación según $x$ ; (b) segundo modo de translación según $y$ .....  | 78 |
| Figura 4.9 Modelo APDL1, 100 vigas.....  | 80 |
| Figura 4.10 Ruedas consideradas como vigas (APDL2). ....   | 81 |
| Figura 4.11 Modelo del eje preciso (APDL3). ....   | 82 |
| Figura 4.12 modelo de 3 vigas y dos masas puntuales (APDL4). ....  | 83 |
| Figura 4.13 Modelo del análisis.....   | 84 |
| Figura 4.14 Comparación de la receptancia de la rueda 1 excitada obtenida con los modelos APDL4 y WB1.....   | 86 |
| Figura 4.15 Comparación de la receptancia de la rueda 2 obtenida con los modelos APDL4 y WB1. ....   | 86 |
| Figura 5.1 Esquema implementado en una vía clásica con traviesas y balasto . ....  | 91 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 5.2 Disposición del actuador electrodinámico fijado a la cabeza del carril encima de una traviesa. ....            | 91  |
| Figura 5.3 Sección transversal del montaje del actuador sobre la cabeza del carril. ...                                   | 92  |
| Figura 5.4 Tramo recto de la vía clásica de TMB. ....   | 94  |
| Figura 5.5 Tramo recto de la vía bloque con riostra de TMB. ....  | 96  |
| Figura 5.6 Comparación de la receptancia obtenida por cálculo y la receptancia experimental, vía clásica. ....            | 97  |
| Figura 5.7 Comparación de la receptancia obtenida por cálculo y la receptancia experimental, vía bloque con riostra. .... | 97  |
| Figura 5.8 Comparación de la receptancia experimental entre los dos carriles, vía clásica. ....                           | 98  |
| Figura 5.9 Comparación de la receptancia experimental entre los dos carriles, vía bloque con riostra. ....                | 98  |
| Figura 6.1 Modelo numérico del contacto rueda-carril. Media vía DFF. ....   | 102 |
| Figura 6.2 Modelo numérico del contacto rueda-carril. Media vía bloque. ....  | 103 |
| Figura 6.3 Modelo numérico del contacto eje ferroviario-vía convencional completa sobre balasto. ....                     | 103 |
| Figura 6.4 Modelo numérico del contacto eje-vía con traviesas bloque con riostra. ....                                    | 104 |
| Figura 6.5 MASS21. Masa estructural. ....   | 105 |
| Figura 6.6 Geometría del elemento LINK180. ....   | 105 |
| Figura 6.7 Geometría del elemento COMBIN39. ....  | 107 |
| Figura 6.8 Sistema de coordenadas de los nodos del elemento COMBIN39. ....  | 107 |
| Figura 6.9 Curva de fuerza-deflexión con KEYOP (1)=0. ....  | 108 |
| Figura 6.10 Modelo numérico completo de contacto vía sobre balasto. ....  | 109 |
| Figura 6.11 Rueda de un tren FCMB apoyada sobre dos cilindros accionados mediante un motor. ....                          | 111 |
| Figura 6.12 Sistema de medida de irregularidad de un perfil de una rueda. ....  | 112 |
| Figura 6.13 Sistema empleado para registrar la información. ....  | 112 |
| Figura 6.14 Desplazamiento medido por el transductor LVDT. ....   | 113 |
| Figura 6.15 Perfiles medidos. ....  | 113 |
| Figura 6.16 Perfil de irregularidad utilizado en ANSYS. ....  | 114 |
| Figura 6.17 Plano simple formado sobre la banda de rodadura. ....   | 115 |
| Figura 6.18 Perfil de una rueda con un plano en su superficie. ....   | 115 |
| Figura 6.19 Perfil de un plano con una profundidad de 0,2 mm. ....  | 116 |
| Figura 6.20 Perfil de un plano en función del tiempo, velocidad de la rueda, 18 m/s. ....                                 | 117 |
| Figura 6.21 Perfil de un plano en función del tiempo. Discretización de 0,1 ms. ....                                      | 117 |
| Figura 6.22 Modelo analítico del contacto rueda-carril. ....  | 119 |
| Figura 6.23 Comparación de la fuerza vertical de contacto de media vía DFF. Plano de rueda. ....                          | 119 |

---

|   |     |
|---|-----|
| Figura 6.24 Comparación del desplazamiento vertical de la rueda de media vía DFF. Plano de rueda.....           | 120 |
| Figura 6.25 Comparación del desplazamiento vertical del carril de media vía DFF. Plano de rueda.....            | 120 |
| Figura 6.26 Comparación de la fuerza vertical de contacto de media vía DFF. Perfil experimental.....            | 121 |
| Figura 6.27 Comparación del desplazamiento vertical de la rueda de media vía DFF. Perfil experimental.....      | 122 |
| Figura 6.28 Comparación del desplazamiento vertical del carril de media vía DFF. Perfil experimental.....       | 122 |
| Figura 6.29 Comparación de la fuerza vertical de contacto de media vía bibloque. Plano de rueda.....            | 123 |
| Figura 6.30 Comparación del desplazamiento vertical de la rueda de media vía bibloque. Plano de rueda.....      | 123 |
| Figura 6.31 Comparación del desplazamiento vertical del carril de media vía bibloque. Plano de rueda.....       | 123 |
| Figura 6.32 Comparación de la fuerza vertical de contacto de media vía bibloque. Perfil experimental.....       | 124 |
| Figura 6.33 Comparación del desplazamiento vertical de la rueda de media vía bibloque. Perfil experimental..... | 125 |
| Figura 6.34 Comparación del desplazamiento vertical del carril de media vía bibloque. Perfil experimental.....  | 125 |
| Figura 6.35 Comparación de las fuerzas normales de contacto. Vía DFF.....                                       | 127 |
| Figura 6.36 Comparación del desplazamiento de las dos ruedas en contacto. Vía DFF.....                          | 127 |
| Figura 6.37 Comparación del desplazamiento de los dos carriles en contacto. Vía DFF.....                        | 127 |
| Figura 6.38 Comparación de las fuerzas normales de contacto. Vía clásica.....                                   | 128 |
| Figura 6.39 Comparación del desplazamiento de las dos ruedas en contacto. Vía clásica.....                      | 128 |
| Figura 6.40 Comparación del desplazamiento de los dos carriles en contacto. Vía clásica.....                    | 128 |
| Figura 6.41 Comparación de las fuerzas normales de contacto. Vía bibloque con riostra.....                      | 129 |
| Figura 6.42 Comparación del desplazamiento de los dos ruedas en contacto. Vía bibloque con riostra.....         | 129 |
| Figura 6.43 Comparación del desplazamiento de los dos carriles en contacto. Vía bibloque con riostra.....       | 129 |

## **ÍNDICE DE TABLAS**

|   |    |
|---|----|
| Tabla 2.1 Valores de m y n en función de $\psi$ .....                             | 28 |
| Tabla 3.1 Valores de los parámetros de vía utilizados. ....                       | 63 |
| Tabla 4.1 Valores de los parámetros de vía utilizados. ....                       | 75 |
| Tabla 4.2 Comparación entre los 2 modelos WB.....                                 | 79 |
| Tabla 4.3 Comparación WB1-APDL1. ....   | 80 |
| Tabla 4.4 Comparación WB1-APDL2. ....   | 81 |
| Tabla 4.5 Comparación WB-APDL3. ....  | 82 |
| Tabla 4.6 Comparación WB1-APDL4. ....   | 83 |
| Tabla 5.1 Parámetros geométricos y de material empleados en los modelos de vía... | 95 |



FUNDACIÓN DE LOS  
FERROCARRILES  
ESPAÑOLES