

# CÁLCULO DE LA RIGIDEZ VERTICAL DE LA VÍA EN FUNCIÓN DE LAS RIGIDECES VERTICALES DE LA PLACA DE ASIENTO Y DEL SISTEMA BALASTO-PLATAFORMA EN VÍAS DE ALTA VELOCIDAD.

Ramón Miralvés Buil. Investigador Ing. Industrial  
(miralbes@unizar.es)

Luis Castejón Herrer. Profesor Titular Universidad. Dr. Ingeniero Industrial  
(luiscast@unizar.es)

Área de Ingeniería e Infraestructura de los Transportes.  
Departamento de Ingeniería Mecánica  
C.P.S. - Universidad de Zaragoza, 50018, Zaragoza (España)

**Resumen:** El objeto de este estudio la determinación de una fórmula matemática que correlacione las rigideces verticales de los principales elementos que forman la vía de alta velocidad en los casos en los que se empleen los elementos constructivos habituales. Para ello, partiendo de las formulaciones tradicionales se ha propuesto un modelo matemático, el cual se ha verificado y contrastado con los datos reales de líneas de alta velocidad.

Con ello se ha obtenido una expresión sencilla que correlaciona de forma bastante fiable la rigidez vertical de la vía con las rigideces verticales de los conjuntos que la forman, esencialmente con la placa de asiento y el conjunto balasto plataforma. Por otro lado, también se ha comprobado la validez del modelo para seleccionar las rigideces de la placa de asiento y el conjunto balasto-plataforma en función de una de estas rigideces y de la rigidez vertical que se quiere obtener..

**Palabras clave:** ferrocarril, vía, rigidez vertical, balasto, plataforma, placa de asiento.

**Abstract:** The object of this study is the determination of a mathematical formula that correlates the vertical inflexibilities of the principal elements that form the high speed track in the cases in which there are used the constructive habitual elements. For it, departing from the traditional formulations a new mathematical model has been proposed, which has been checked and contrasted with the real information of high speed. lines

With it a simple expression has been obtained that correlates in quite a reliable way the vertical inflexibilities of the sets that form it, essentially with the ribbed sole-plate and the set ballast platform. On the other hand, the validity of the model has also been verified to select the inflexibilities of the ribbed sole-plate and the set ballast-platform depending on one of these inflexibilities and of the vertical inflexibility that wants to be obtained.

**Keywords:** railroad, route, vertical inflexibility, balasto, platform, ribbed sole-plate.

## 1. Introducción

El desarrollo de las líneas de ferrocarril, en especial las de alta velocidad, pone de manifiesto necesidad de establecer una rigidez vertical óptima en el trazado, para conseguir unas instalaciones que, a lo largo de su vida útil, presenten unos costes globales menores. Estos costes son los debidos tanto al mantenimiento de la vía, la construcción de la vía y el coste de la energía disipada por el rozamiento, los cuales están altamente relacionada con la rigidez vertical de la vía.

Es por ello que diversos autores han intentado solventar dicho problema con la introducción de diversas teorías y formulaciones, de las cuales, la actualmente mas desarrollada es la de *Teixeira*.

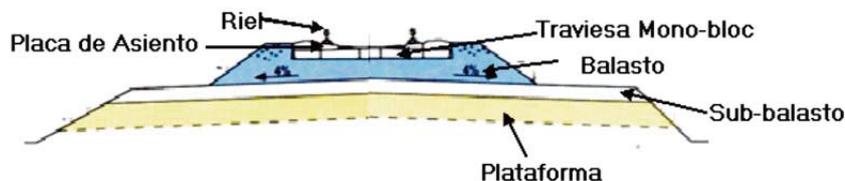
En dichas teorías se pretende obtener una rigidez vertical óptima de la vía que minimice los costes globales de la vía; sin embargo, no presentan la forma de obtener la rigidez vertical de la vía en función del los elementos que la componen, salvo mediante determinación experimental y bases de datos. Es por ello que, a lo largo de este trabajo, se pretende obtener una correlación matemática directa que relacione la rigidez vertical de la vía, la rigidez de la placa de asiento y la rigidez del resto de los elementos, con el fin de poder seleccionar rápidamente a partir de las formulaciones anteriormente mencionadas una placa de asiento que proporcione la rigidez vertical óptima a la vía y con ello obtener una rigidez óptima de la vía en función de las teorías establecidas por otros autores, y en especial en el caso de la alta velocidad, sector actualmente en amplio desarrollo.

## 2. Descripción de la geometría de líneas de alta velocidad

Como paso previo a la formulación de nuestro método, es necesario observar los elementos que componen.

Al analizar la infraestructura de cualquier línea de alta velocidad, podemos constatar que estructuralmente, está constituida por los siguientes conjuntos:

- Plataforma
- Sub-balasto
- Balasto
- Placa de asiento
- Traviesas
- Vía o riel



**Fig. 1: Sección Transversal de una línea de Alta Velocidad**

Dentro de estos elementos, la rigidez vertical tanto de la plataforma, el sub-balasto y el balasto depende de las propiedades de los elementos introducidos en estos conjuntos, las propiedades de las capas y el espesor de estas, factores condicionados frecuentemente por el terreno y la normativa aplicable. Además de ello la relación de las rigideces de estos elementos son difíciles de constatar y difíciles de variar de forma sencilla al haber una gran relación entre ellos.

En relación a las traviesas en alta velocidad, se ha optado por lo general por traviesas de hormigón mono-bloc, pre o post-tensadas de 2,6 a 2,8 m de longitud y de 300 a 400 Kg. de peso por unidad, las cuales suelen tener una rigidez bastante mas elevada que el resto de los elementos.

Con respecto las vías hay que destacar que se ha generalizado el empleo del carril UIC60 en alta velocidad, hecho por el cual la rigidez de este elemento siempre es la misma en estos carriles salvo que se emplee un material diferente al habitual, con lo cual variaría su módulo elástico. Cabe destacar de nuevo que la rigidez de este elemento en relación al resto es elevada.

En relación a la placa de asiento, cabe destacar que existe gran variedad de soluciones constructivas para este elemento, del cual se sabe perfectamente su rigidez vertical en función de la solución adoptada.

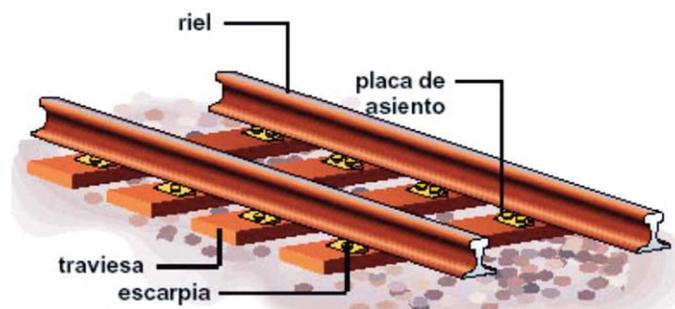


Fig. 2: Traviesa, riel y Placa de Asiento

Con todo ello se observa que, para modificar la rigidez vertical de la vía y adaptarnos a la rigidez vertical optima, el único elemento que se puede modificar de una forma relativamente sencilla es la placa de asiento.

### 3. Teoría del coeficiente de rigidez del apoyo

A lo largo de la historia han aparecido diversas formulaciones y teorías, cuya finalidad era la evaluación de la rigidez vertical de una vía ferroviaria. De esta forma han aparecido teorías como la del Coeficiente de Balasto, la de Timoschanko-Saller-Henkel, la del Modulo de vía y la de Coeficiente de Rigidez de Apoyo.

De estas teorías cabe destacar la “*Teoría del Coeficiente de Rigidez del Apoyo*” que establece un modelo en el cual la rigidez global está relacionada con las rigideces parciales de cada uno de los elementos que lo forman, suponiéndolos como elementos elásticos, los cuales se asemejan a un conjunto de cuatro muelles dispuestos en paralelos. Es por ello que establece que:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_b} + \frac{1}{K_p} + \frac{1}{K_{pa}} + \frac{1}{K_{trav}}$$

**Ecuación 3.1**

$K_{eq}$ : Rigidez Vertical de la vía  
 $K_b$ : Rigidez vertical del Balasto  
 $K_p$ : Rigidez Vertical de la Plataforma  
 $K_{pa}$ : Rigidez Vertical de la Placa de Asiento  
 $K_{trav}$ : Rigidez Vertical de la Travesía

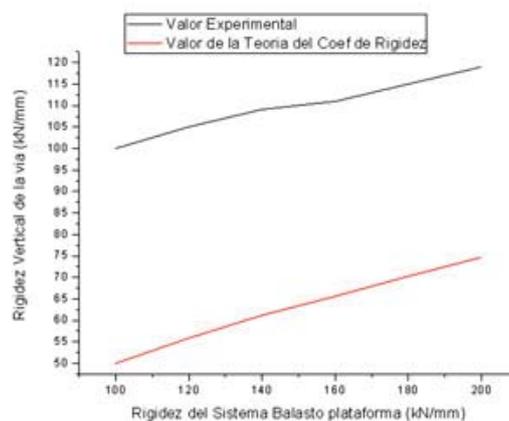
Por otro, se observa que la rigidez de la vía y la plataforma es muy superior a la del resto de elementos, hecho por el cual, su contribución a la rigidez global es despreciable. Por otro lado, existe el problema de hallar por separado las rigideces del balasto y de la plataforma. Es por ello que la fórmula anterior se modifica y se simplifica como:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_{bp}} + \frac{1}{K_{pa}}$$

**Ecuación 3.2**

$K_{bp}$ : Rigidez vertical del Conjunto balasto-plataforma.

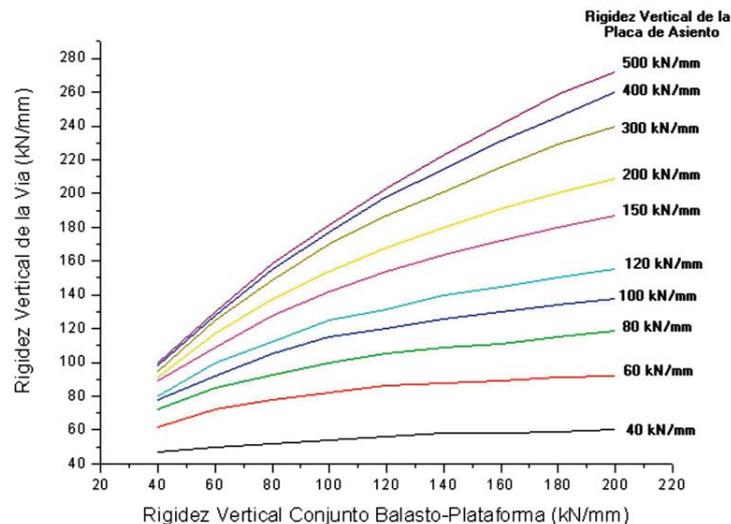
Sin embargo, los resultados obtenidos experimentalmente relacionados con las rigideces presentan valores muy diferentes, como se puede observar en la gráfica 1.



**Gráfica 1: Rigidez Vertical de línea de alta Velocidad en función de la rigidez del Sistema balasto-Plataforma con una placa de asiento de 60 kN/mm**

#### 4. Datos experimentales

Para la elaboración del estudio se han partido de los datos experimentales de líneas de alta velocidad con vías UIC60 y traviesas como las anteriormente establecidas. En los datos lo que se ha hecho es obtener la rigidez vertical experimentalmente, variando tanto la rigidez vertical del sistema balasto-plataforma como la rigidez vertical de la placa de asiento.



**Gráfica 2: Rigidez Vertical experimental de la vía en función de las rigideces verticales del Conjunto Balasto-Plataforma y de las rigideces verticales de la Placa de Asiento**

#### 5. Aproximación matemática de la rigidez vertical de la vía

Para obtener la fórmula que relación la rigidez vertical de la vía en función de las rigideces verticales del resto de los elementos, se ha partido de la teoría del coeficiente de balasto, pero en esta ocasión se ha supuesto una fórmula del tipo:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{A}{K_{bp}} + \frac{B}{K_{pa}} + C$$

**Ecuación 5.1**

Con ello se pretende, partiendo de la anterior teoría y suponiendo este tipo de relación, por un lado, añadir una serie de pesos (A y B) a cada una de las rigideces parciales y por otro lado, magnificar con la constante “C” la rigidez del resto de elementos que pueden contribuir.

Tras ello, se despejó  $K_{eq}$  con el objeto de obtener mediante un proceso iterativo una expresión que se aproximara lo máximo posible. Así pues se aproximaron los datos experimentales a la siguiente expresión:

$$K_{eq} = \frac{1}{\frac{A}{K_{bp}} + \frac{B}{K_{pa}} + C}$$

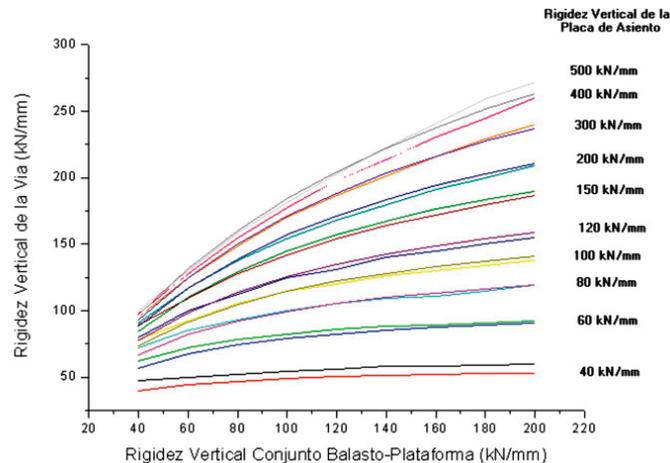
**Ecuación 5.2**

Con ello, aplicando métodos de aproximación iterativos se obtuvo que:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{0.32732}{K_{bp}} + \frac{0.31472}{K_{pa}} + 0.00153$$

**Ecuación. 5.3**

Con ello, aproximando los valores experimentales:



**Gráfica 3: Aproximación de Rigidez vía Comparado con Datos Reales**

Al analizar los datos obtenidos con la fórmula anterior, observamos que la aproximación presenta un  $R^2$  de 0.99 el cual es un valor aceptable para dicha fórmula y, al analizar los valores obtenidos y compararlos con los reales obtenemos un error máximo al realizar la aproximación del 16%, siendo el error medio del 2.8% de los valores reales frente a la aproximación, por lo cual la fórmula anterior puede ser una aproximación muy fiable para obtener la rigidez vertical de la vía en función de la del resto de los elementos.

## 6. Inconvenientes del modelo propuesto

El principal problema que presenta el anterior modelo es que, al despejar las rigideces del balasto-plataforma o de la placa de asiento en función de la rigidez del otro elemento. Es decir:

$$K_{eq} = \frac{1}{\frac{A}{K_{bp}} + \frac{B}{K_{pa}} + C} \Rightarrow K_{bp} = \frac{0.31472}{\frac{1}{K_{eq}} - \frac{0.32732}{K_{pa}} - 0.00153}$$

**Ecuación. 6.1**

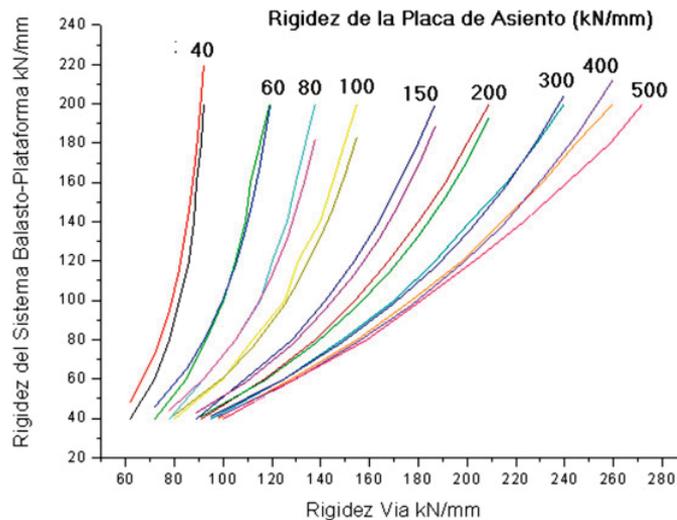
$$K_{eq} = \frac{1}{\frac{A}{K_{bp}} + \frac{B}{K_{pa}} + C} \Rightarrow K_{pa} = \frac{0.32732}{\frac{1}{K_{eq}} - \frac{0.31472}{K_{bp}} - 0.0015}$$

**Ecuación 6.2**

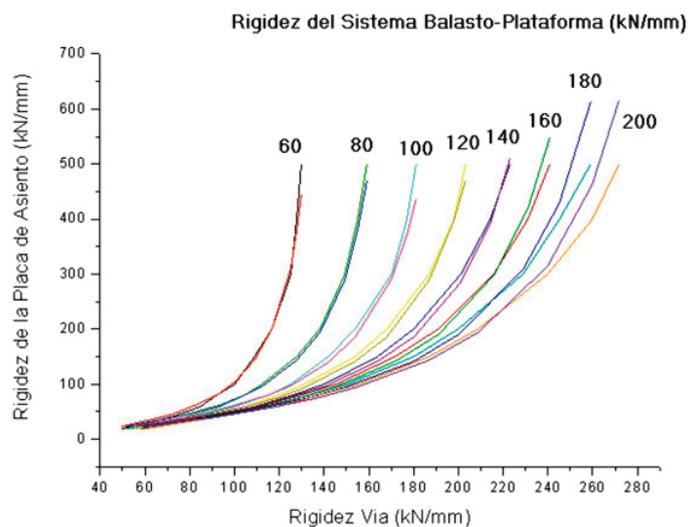
El error que se produce es muy elevado para los casos en los cuales la variable analizada es muy pequeña. Es decir: en el caso de que se quiera obtener Kbp en función de la rigidez optima y de Kpa, los valores obtenidos presentan un error elevado para las Kbp bajas y lo mismo ocurre para las Kpa, imposible de subsanar por las características de la ecuación.

Es por ello que las ecuaciones anteriormente expuestas, en el caso de la ecuación 6.1, para Kbp igual o superior a 40 kN/mm, presentan un error inferior al 5.3 % para cualquier valor del resto de parámetros, y en el caso de la ecuación 6.2 el error es también inferior al 5.3 % para un rango de valores de Kpa igual o superior a 60 kN/mm.

Con todo ello se resuelve que, las ecuaciones anteriormente expuestas son totalmente válidas para un rango de Kbp igual o superior a 40 kN/mm y Kpa igual o superior a 60 kN/mm.



**Gráfica 4: Aproximación de la Rigidez del Sistema Balasto-Plataforma Aproximada Comparada con Datos Reales**



**Gráfica 5: Aproximación de la Rigidez de la Placa de Asiento Aproximada Comparada con Datos Reales**

## 7. Conclusiones

Las principales conclusiones que se derivan tras analizar la ecuación impuesta, es que ésta, presenta unos valores de error aceptables y una correlación entre valores bastante buena, para un rango de  $K_{bp}$  igual o superior a 40 kN/mm y  $K_{pa}$  igual o superior a 60 kN/mm.

Por otro lado, la ecuación 5.3 es una correlación muy buena para cualquier rango de valores del resto de parámetros.

Con todo ello, se obtiene que se presenta un modelo matemático bastante bueno para la estimación de la rigidez vertical de una vía en función de las rigideces parciales del conjunto balasto-plataforma y de la placa de asiento, con lo cual puede ser empleada para futuras implementaciones en las que sea necesario obtener la rigidez vertical de la vía en función de las de sus componentes, presentando unos valores muy próximos a la realidad.

## Bibliografía

CAI, Z., RAYMOND, G.P., BATHURST, R.J. , (1994), “Estimate of Elastic Track Modulus Using Elastic Formulation Models”. Transportation Research Record 1470. pp. 65-72

PUEBLA, J., GILBERTE, M., (1999). “La Vía sobre Balasto y su Comportamiento Elástico” III Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Barcelona.

SELIG, y D. LI (1994). “Track Modulus: its meaning and factors influencing it”. Transportation Research Recorder 1470. pp 47-54.

TEXEIRA, P.F. y LOPEZ-PITA, A.(2002) “Nuevos Criterios para Reducir los Costes de Mantenimiento de Líneas de Alta Velocidad”. V Congreso de Ingeniería del Transporte”, Santander, Junio.

Narayanan, R.M., Jakub, J.W., Li, D.Q. ”Railroad Track Modulus Estimation Using ground Penetrating Radar Measurements”. NDT&E INT 37 (2): 141-151 MAR 2004

UZARSKI, D. “Technologies for Planning Railroad Track Maintenance and Renewal” Journal Of Transportation Engineering- Asce 120 : 807 1994